

I – Pourcentage d'un nombre :

a) Exemple 1 :

Parmi les 480 élèves de seconde, 15 % ont choisi l'option Langues anciennes. Combien d'élèves font cette option ?

15 % de 480 ont choisi l'option Langues anciennes, soit $\frac{15}{100} \times 480 = 72$

Il y a 72 élèves qui ont choisi cette option.

b) Propriété :

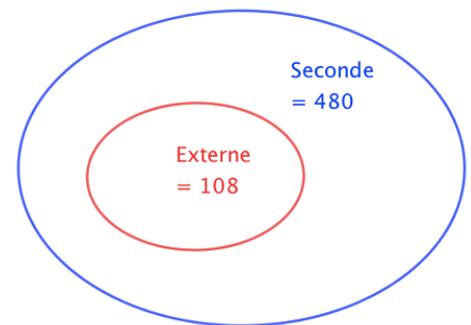
Pour calculer a % d'un nombre, on multiplie ce nombre par $\frac{a}{100}$.

II – Proportion d'une sous-population dans une population :

a) Exemple 2 :

Sur les 480 élèves inscrits en classe de 2nde, 108 d'entre eux sont externes.

- L'effectif de la **population totale** des élèves de 2nde, notée N , est égale à **480**.
C'est la population de référence.
- L'effectif de la **sous-population** des élèves externes, notée n , est égale à **108**.



Calculer la **proportion** d'élèves externes parmi tous les élèves de seconde, notée p .

La proportion recherchée est $p = \frac{n}{N} = \frac{\text{effectif partiel}}{\text{effectif total}} = \frac{108}{480} = \frac{9}{40} = 0,225$

Elle peut également s'exprimer en **pourcentage** : $p = 0,225 = \frac{22,5}{100} = 22,5\%$

b) Vocabulaire :

- **Une population** est un ensemble faisant l'objet d'une étude statistique.
- Un élément de la population est appelé **individu**.
- Un échantillon d'individus d'une population E est appelé **sous-population** de E.

c) Définition :

La **proportion** (ou fréquence) p d'une sous-population A, d'effectif n_A , dans une population E, d'effectif N_E , est le rapport des effectifs : $p = \frac{n}{N} = \frac{\text{effectif partiel}}{\text{effectif total}}$

On a donc aussi:

$$p = \frac{n}{N} \longleftrightarrow \text{équivalent à} \quad n = p \times N \longleftrightarrow \text{équivalent à} \quad N = \frac{n}{p}$$

Remarques : *équivalent à* s'écrit avec une double flèche : \longleftrightarrow . Cela signifie la même chose écrite différemment.

On peut donc utiliser cette formule dans trois cas :

- Pour calculer un effectif partiel connaissant la proportion et l'effectif total .

Cf exemple 1 : on le fait directement sans avoir recours à cette formule depuis longtemps ...

- Pour calculer la proportion connaissant l'effectif partiel et l'effectif total :

Cf exemple 2 : la proportion s'appelle la fréquence en statistiques

- Pour calculer un effectif total connaissant la proportion et l'effectif partiel : exemple 3 ci-dessous :

d) Exemple 3 :

Parmi les élèves d'une classe de seconde, 4 élèves soit 12,5% de la classe sont inscrits au club Manga du lycée. Combien d'élèves y a-t-il dans la classe ?

On a $n = 4$ et $p = 12,5 \% = 0,125$ donc $N = \frac{n}{p} = \frac{4}{0,125} = 32$

Il y a donc 32 élèves dans la classe.

e) Exercice d'application :

Une société de 75 employés compte 12 % de cadres et le reste d'ouvriers.

35 employés de cette société sont des femmes et 5 d'entre elles sont cadres.

- Calculer l'effectif des cadres.
- Calculer la proportion de femmes dans cette société.
- Calculer la proportion, en %, de cadres parmi les femmes. Les femmes cadres sont-elles sous ou surreprésentées dans cette société ?
- Cette société fait partie d'un groupe industriel et représente 15 % des salariés du groupe. Combien y a-t-il de salariés dans le groupe

a) 12 % de 75 correspond à : $\frac{12}{100} \times 75 = 9$. Cette société compte 9 cadres.

b) Le nombre total d'employés est $N = 75$.

Parmi eux, le nombre de femmes est $n = 35$

La proportion de femmes dans cette société est donc $p = \frac{n}{N} = \frac{35}{75} = \frac{7}{15} \approx 0,47$.

c) Le nombre total de femmes est $N = 35$.

Parmi elles, le nombre de femmes cadre est $n = 5$

La proportion de cadres parmi les femmes est donc $p = \frac{n}{N} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7} \approx 0,14 \approx 14\%$.

$14\% > 12\%$ donc les femmes cadres sont surreprésentées dans cette société.

d) On a $n = 75$ et $p = 15 \% = 0,15$ donc $N = \frac{n}{p} = \frac{75}{0,15} = 500$

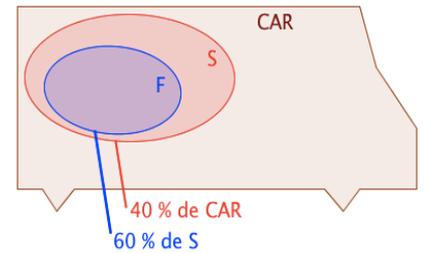
Il y a donc 500 salariés dans ce groupe industriel .

III – Pourcentage de pourcentage :

a) Exemple :

Dans un car de ville, on trouve 40 % d'élèves (scolaires S) et parmi eux, il y a 60 % de filles.

- L'ensemble F est inclus dans l'ensemble S ce qui signifie que la proportion des filles est de 60% de l'effectif de l'ensemble S.
- L'ensemble S est inclus dans l'ensemble CAR, ce qui signifie que la proportion des scolaires est de 40% de l'effectif de l'ensemble CAR.



Pour calculer la proportion de scolaires filles dans le CAR, on calcule un pourcentage de pourcentage :

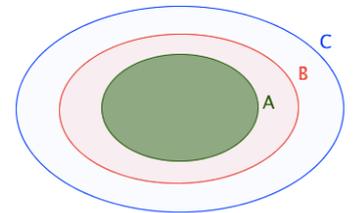
$$\frac{60}{100} \times \frac{40}{100} = 0,6 \times 0,4 = 0,24 = \frac{24}{100} = 24\%$$

b) Définition et propriété :

Un ensemble A est **inclus** dans un ensemble B lorsque tous les éléments de A appartiennent à B. On note $A \subset B$.

Pour trois populations A, B, C telles que $A \subset B$ et $B \subset C$, on note p_1 la proportion de A dans B et p_2 la proportion de B dans C.

Alors la proportion de A dans C est : $p = p_1 \times p_2$



c) Exercice d'application :

Sur 67 millions d'habitants en France, 66 % de la population est en âge de travailler (15-64 ans).

La population active représente 70 % de la population en âge de travailler.

- Calculer la proportion de population active par rapport à la population totale.
- Combien de français compte la population active ?

a) La proportion p_1 de la population en âge de travailler parmi la population totale est $p_1 = 66\% = 0,66$.

La proportion p_2 de la population active parmi la population en âge de travailler est $p_2 = 70\% = 0,7$.

Donc la proportion de la population active parmi la population totale est $p = p_1 \times p_2 = 0,66 \times 0,7 = 0,462 = 46,2\%$.
46,2 % des Français sont actifs.

b) 46,2 % de 67 Millions correspond à : $\frac{46,2}{100} \times 67 = 30,954$

La France compte environ 31 millions d'actifs.