MATHS 2nd	Plan de travail - Ch 6 : Notions de vecteurs	CORRECTION

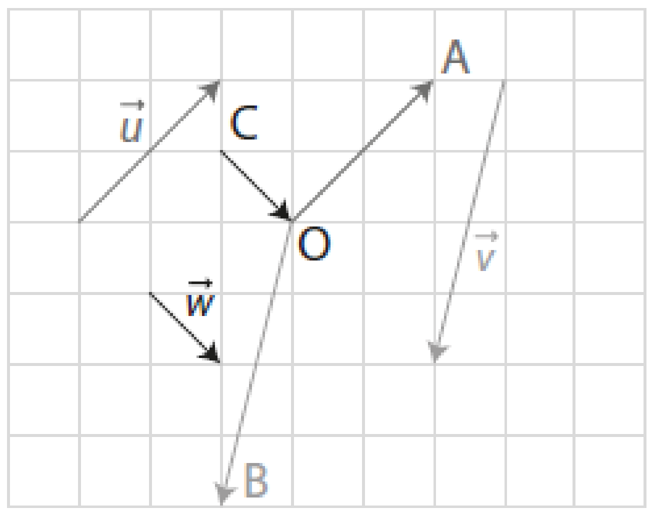
13 a) $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{IA}$.

b) $\overrightarrow{CB}$ est opposé à $\overrightarrow{EG}$.

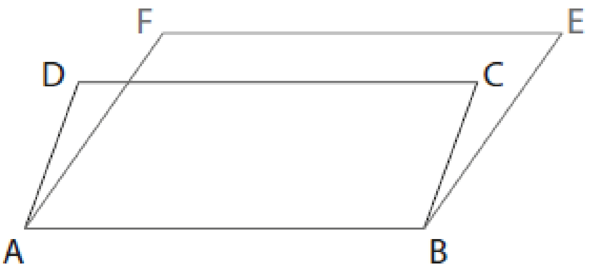
c) $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{IF}$

d) $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{IG}$

15



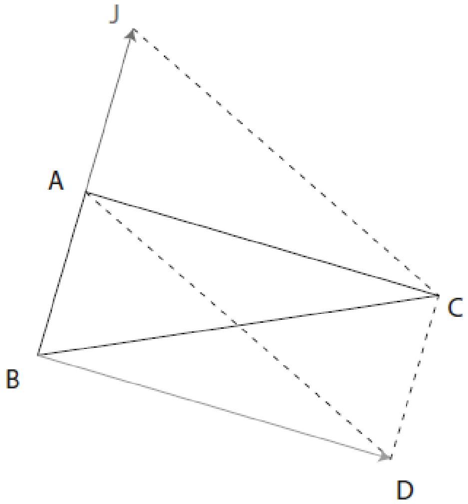
17 a)



b) Par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$, D a pour image C et F a pour image E.

c) $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{AB}$ donc CDFE est un parallélogramme.

3 **a)** On trace un triangle ABC puis on construit le point D tel que BDCA soit un parallélogramme. Ainsi, $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$.

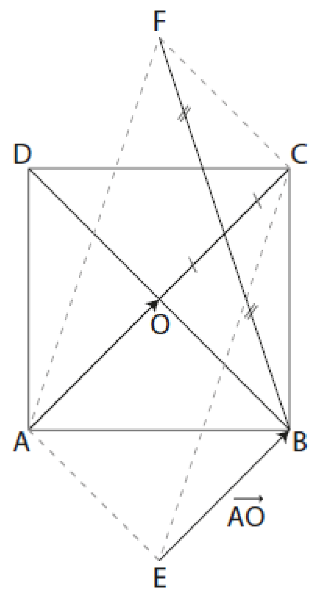


b) Le vecteur opposé de $\overrightarrow{AB}$ est $\overrightarrow{BA}$. On construit le point J tel que $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{BA}$.

c) BDCA est un parallélogramme donc $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BA}$. Or, $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AJ}$ donc $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AJ}$ et DCJA est un parallélogramme.

16 **a) Vrai.**
b) Faux.
c) Vrai.
d) Faux.

18 **a)** et **b)**



c) $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{EB}$ donc AOBE est un parallélogramme et $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{OB}$.

OBCF est un parallélogramme car ses diagonales [OC] et [BF] ont même milieu, alors $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{FC}$.

d) $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{FC}$ donc $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{FC}$ et le quadrilatère AECF est un parallélogramme.

e) Les diagonales du parallélogramme AECF se coupent en leur milieu. O est le milieu de [AC] donc O est le milieu de [EF].

38 **a)** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$ **b)** $\overrightarrow{DI}+\overrightarrow{IC}=\overrightarrow{DC}$

c) $\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{ID}=\vec{0}$

d) $\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

e) $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DI}=\overrightarrow{BI}$

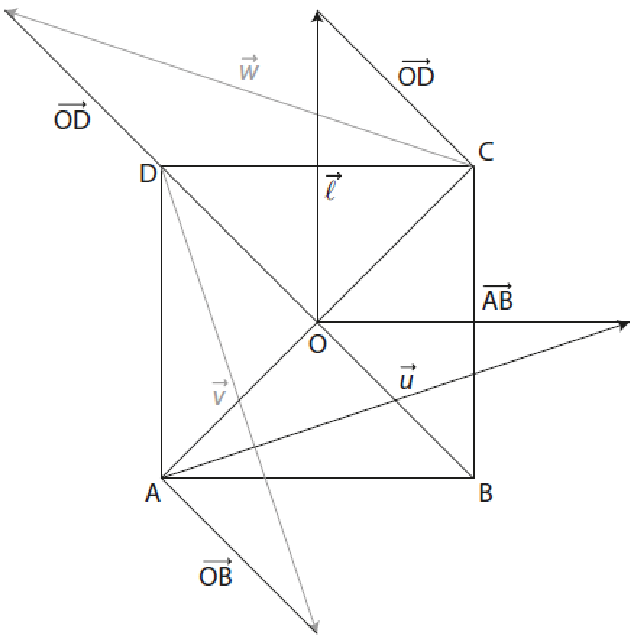
39 **a) Vrai.** En effet, $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{CO}$.

b) Faux. En effet, $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$ et $\overrightarrow{AC}\neq\vec{0}$.

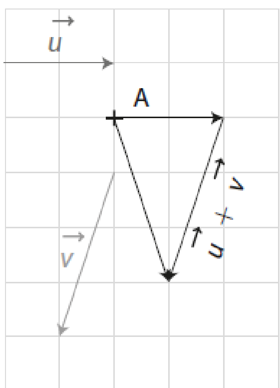
c) Vrai. En effet, $\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{OC}$

d) Vrai. En effet, $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$ et $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$ donc $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$.

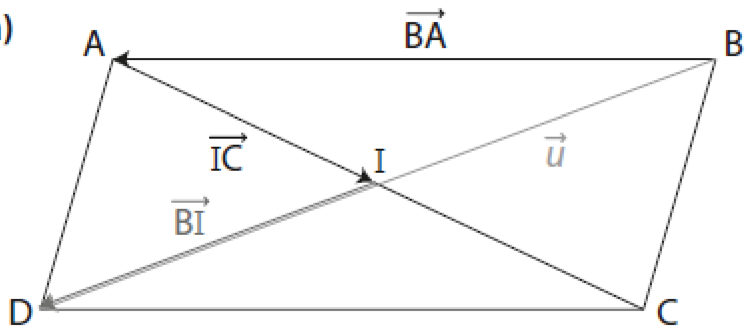
40 **a)**



41 **a)**



42 **a)**



b) Il semble que $\vec{u} = \overrightarrow{BD}$.

$\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{ID}$,

donc $\vec{u} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{ID} = \overrightarrow{BD}$

43 • $\vec{u} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AF}$ car AEFD est un parallélogramme.

• DEBF est un parallélogramme donc $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{BF}$.

$\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AF}$.

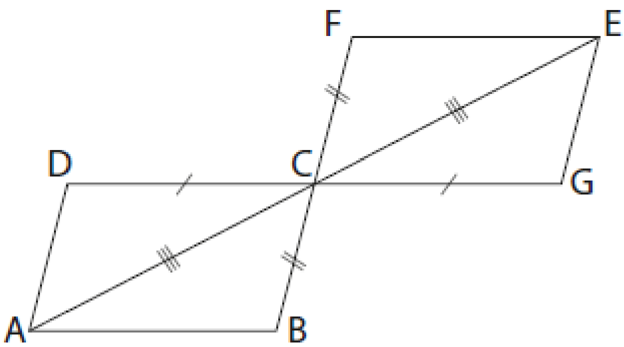
• $\vec{w} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{FB}$ (relation de Chasles).

$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{EF}$ car DEFC est un parallélogramme donc $\vec{w} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EB}$.

$\overrightarrow{EB} = \overrightarrow{DF}$ car DEBF est un parallélogramme donc $\vec{w} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AF}$.

Finalement $\vec{u} = \vec{v} = \vec{w}$.

82 **a)**



b) $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CE}$.

Or, $\overrightarrow{FC} = \overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AC}$, donc :

$$\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}.$$

D'autre part $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{DC}$, ABCD étant un parallélogramme $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc $\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{CG}$ et CGEF est aussi un parallélogramme.

78 **1. a)** et **b)** D'après la relation de Chasles :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}) + (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD})$

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BD} = \vec{0}$ donc $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

2. a) $\vec{u} - \vec{v} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) - (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB})$

$\vec{u} - \vec{v} = (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}) + (\overrightarrow{\mathbf{CD}} - \overrightarrow{\mathbf{AD}})$

$\vec{u} - \vec{v} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{\mathbf{CD}} + \overrightarrow{\mathbf{DA}})$

$\vec{u} - \vec{v} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{\mathbf{CA}}$

b) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$ donc $\vec{u} - \vec{v} = \vec{0}$ et $\vec{u} = \vec{v}$.

3. a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

équivaut à $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$

soit $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}$.

b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DB}$

$\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB}$

c) Avec l'équivalence de la question **a)**, on obtient :

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

55 a) $\vec{v} = -3\vec{u}$ b) $\vec{b} = -\frac{3}{2}\vec{a}$ c) $\vec{n} = 3\vec{m}$

d) $\vec{p} = -2\vec{m}$ e) $\vec{w} = -\frac{4}{3}\vec{v}$ f) $\vec{n} = -\frac{3}{2}\vec{p}$

49 a) $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

b) $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AJ} - \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

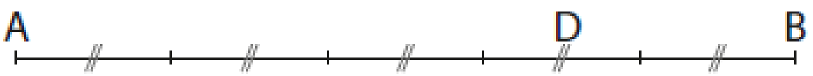
$\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

50 a) $\overrightarrow{DA} + 4\overrightarrow{DB} = \vec{0}$

équivaut à $\overrightarrow{DA} + 4(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}) = \vec{0}$

soit $5\overrightarrow{DA} + 4\overrightarrow{AB} = \vec{0}$, c'est-à-dire $\overrightarrow{AD} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$.

b)



80 **1.** Pour tout point M,

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}$.

Or, I est le milieu du segment [AB], donc $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$

et $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$.

2. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QB} + \overrightarrow{CP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QD}$.

Or, P est le milieu du segment [AC] donc $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PC} = \vec{0}$

soit $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$.

Q est le milieu du segment [BD] donc $\overrightarrow{QB} + \overrightarrow{QD} = \vec{0}$.

Donc $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PQ} = 2\overrightarrow{PQ}$.

84 Avec la relation de Chasles :

$$\overrightarrow{JI} = \overrightarrow{JA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DI}$$

$$\overrightarrow{JI} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DC}$$

Or $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ donc :

$$\overrightarrow{JI} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$$