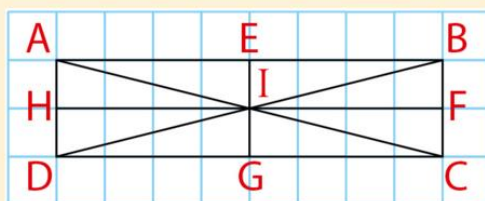


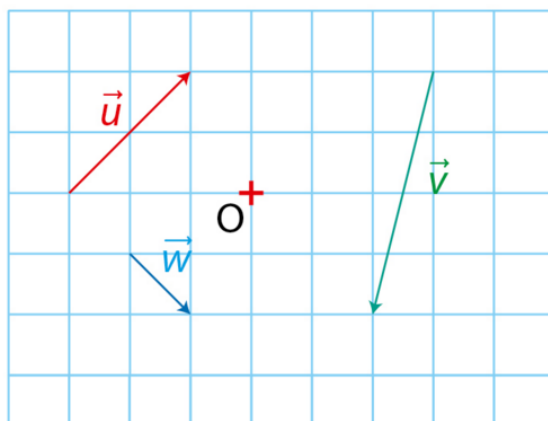
13



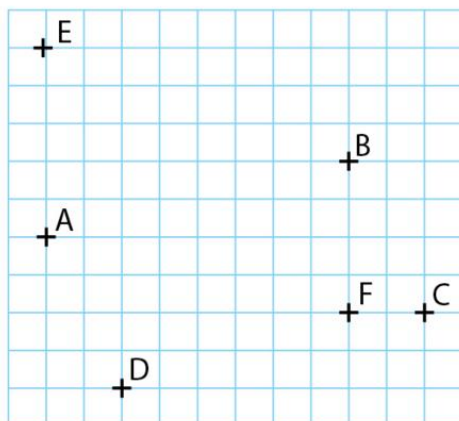
À l'aide de la figure ci-dessus, citer :

- a) un vecteur égal au vecteur $\overrightarrow{CB}$ puis $\overrightarrow{IA}$;
- b) un vecteur opposé au vecteur $\overrightarrow{EG}$;
- c) un représentant du vecteur $\overrightarrow{IF}$ d'origine D ;
- d) un représentant du vecteur $\overrightarrow{IG}$ d'extrémité H.

- 15 Réaliser la figure et placer les points A, B et C tels que $\vec{u} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{v} = \overrightarrow{OB}$ et $\vec{w} = \overrightarrow{OC}$.



- 16 À l'aide de la figure, dire dans chaque cas si l'affirmation est vraie ou fausse.



- a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
- b) $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{FB}$
- c) $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{CB}$ sont opposés.
- d) ACBE est un parallélogramme.

Exercice résolu 1 p 121

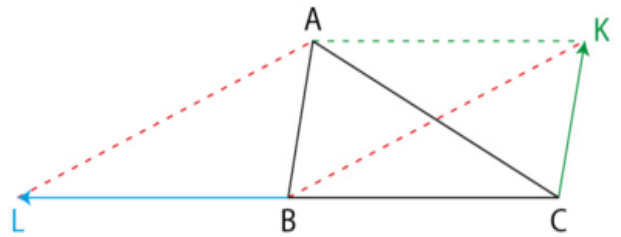
- a)** Tracer un triangle ABC et construire le point K tel que $\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{BA}$.
- b)** Construire le point L tel que les vecteurs $\overrightarrow{BL}$ et $\overrightarrow{BC}$ soient opposés.
- c)** Démontrer que le quadrilatère LBKA est un parallélogramme.

Solution

a) On trace un triangle ABC puis on construit le point K tel que CKAB soit un parallélogramme. Ainsi $\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{BA}$.

b) Le vecteur opposé à $\overrightarrow{BC}$ est $\overrightarrow{CB}$. On construit alors le point L tel que $\overrightarrow{BL} = \overrightarrow{CB}$.

c) CKAB est un parallélogramme donc $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{KA}$, or $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BL}$ donc $\overrightarrow{KA} = \overrightarrow{BL}$ et LBKA est un parallélogramme.



- 3** **a)** Tracer un triangle ABC et construire le point D tel que $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$.
- b)** Construire le point J tel que les vecteurs $\overrightarrow{AJ}$ et $\overrightarrow{AB}$ soient opposés.
- c)** Quelle est la nature du quadrilatère DCJA ?

17 ABCD et ABEF sont des parallélogrammes.

a) Construire une figure.

b) Quelles sont les images des points D et F par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$?

c) Démontrer que CDFE est un parallélogramme.

18 a) Construire un carré ABCD de centre O.

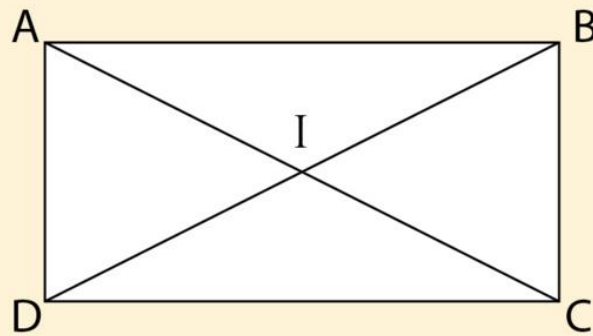
b) Construire le point E tel que $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{EB}$ et le point F tel que les segments $[OC]$ et $[BF]$ se coupent en leur milieu.

c) Démontrer que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{FC}$.

d) Que peut-on en déduire pour le quadrilatère AECF ?

e) En déduire que O est le milieu du segment $[EF]$.

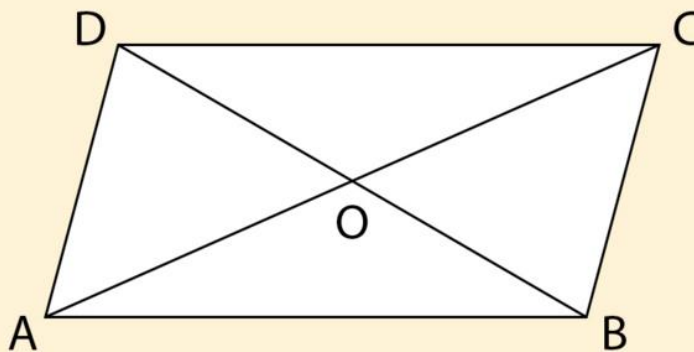
38 ABCD est un rectangle de centre I.



Donner un vecteur égal à chaque somme.

- a)** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ **b)** $\overrightarrow{DI} + \overrightarrow{IC}$ **c)** $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{ID}$
d) $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BC}$ **e)** $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DI}$

39 ABCD est un parallélogramme de centre O.



Dire si chaque égalité est vraie ou fausse.

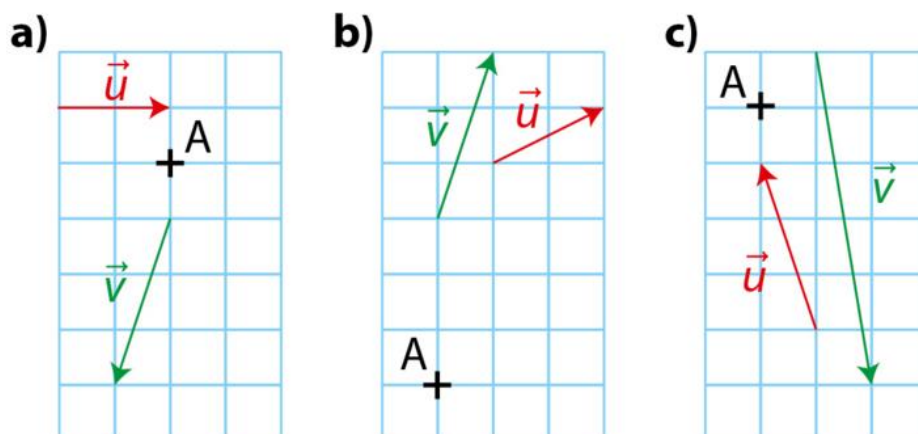
- a)** $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CO}$ **b)** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AC}$
c) $\overrightarrow{OD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC}$ **d)** $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$

40 1. Construire un carré ABCD de centre O, de côté 4 cm.

2. Construire le représentant du vecteur :

- a)** $\vec{u} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{AB}$ d'origine A;
b) $\vec{v} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{OB}$ d'origine D;
c) $\vec{w} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{OD}$ d'origine C;
d) $\vec{\ell} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$ d'origine O.

41 Dans chaque cas, reproduire la figure et construire le représentant d'origine A du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.

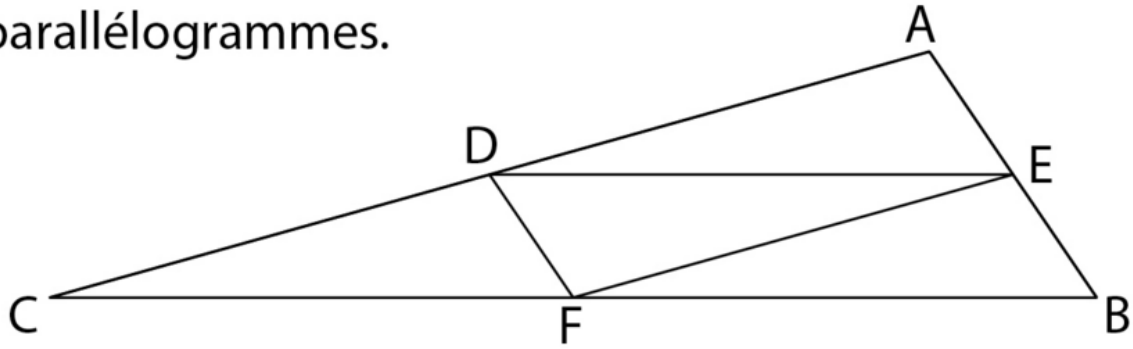


42 ABCD est un parallélogramme de centre I.

a) Construire une figure et le représentant d'origine B du vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{BI}$.

b) À quel vecteur de la figure le vecteur $\vec{u}$ semble-t-il égal ? Prouver cette conjecture.

43 Sur cette figure AEFD, DEBF et DEFC sont des parallélogrammes.



Démontrer que ces trois vecteurs sont égaux :

$$\vec{u} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}, \quad \vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{ED} \quad \text{et} \quad \vec{w} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{FB}$$

82 ABCD est un parallélogramme.

E, F et G sont les symétriques respectifs des points A, B et D par rapport à C.

a) Construire une figure.

b) Démontrer que le quadrilatère CGEF est un parallélogramme.

78 Démontrer une égalité

Méthode

Pour démontrer une égalité $\vec{u} = \vec{v}$, on peut :

- modifier l'écriture de $\vec{u}$ et parvenir en fin de calculs à celle de $\vec{v}$;
- ou établir que $\vec{u} - \vec{v} = \vec{0}$;
- ou transformer l'égalité.

ABCD est un quadrilatère.

On se propose de démontrer que :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$$

Voici trois méthodes.

1. a) Justifier l'écriture :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD}$$

b) Poursuivre le calcul et obtenir l'égalité attendue.

2. a) Compléter l'écriture :

$$\vec{u} - \vec{v} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) - (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB})$$

$$\vec{u} - \vec{v} = (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}) + (\dots - \dots)$$

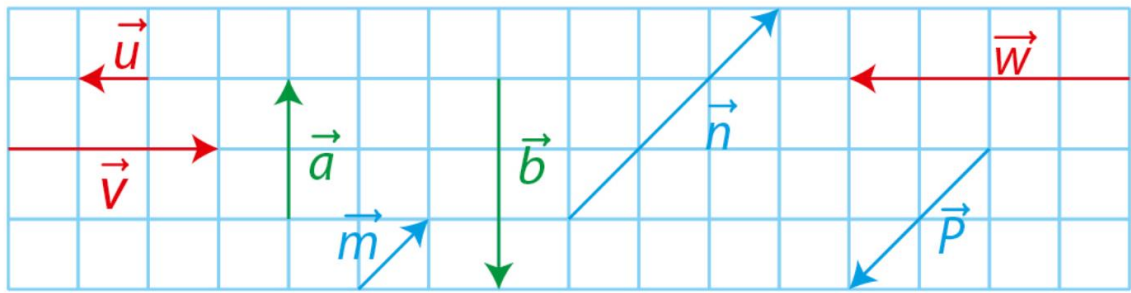
$$\vec{u} - \vec{v} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\dots + \dots) = \overrightarrow{AC} + \dots$$

b) Terminer la démonstration.

3. a) Justifier que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$ équivaut à justifier que $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD}$.

b) Démontrer que $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DB}$.

c) Terminer alors la démonstration.

55

Recopier et compléter chaque égalité par un nombre réel :

a) $\vec{v} = \dots \vec{u}$

b) $\vec{b} = \dots \vec{a}$

c) $\vec{n} = \dots \vec{m}$

d) $\vec{p} = \dots \vec{m}$

e) $\vec{w} = \dots \vec{v}$

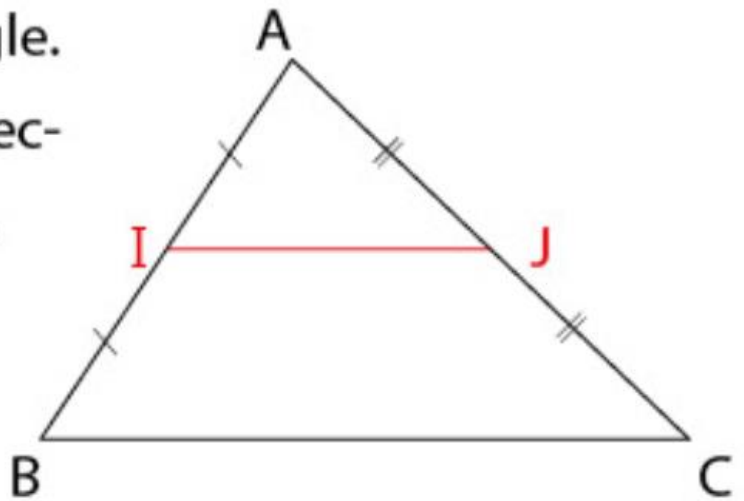
f) $\vec{n} = \dots \vec{p}$

49 ABC est un triangle.

I et J sont les milieux respectifs des côtés $[AB]$ et $[AC]$.

a) Compléter les deux égalités : $\vec{AI} = \dots \vec{AB}$
et $\vec{AJ} = \dots \vec{AC}$

b) Démontrer que $\vec{IJ} = \frac{1}{2} \vec{BC}$.



50 $[AB]$ est un segment donné. On se propose de construire un point D tel que $\vec{DA} + 4\vec{DB} = \vec{0}$.

a) Démontrer que $\vec{AD} = \frac{4}{5} \vec{AB}$.

b) Construire le point D.

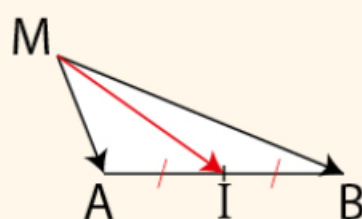
80 Décomposer des vecteurs avec la relation de Chasles

Méthode

Pour démontrer certaines propriétés ou égalités, on peut être amené à transformer des écritures de vecteurs. Pour cela, la relation de Chasles est souvent un outil efficace.

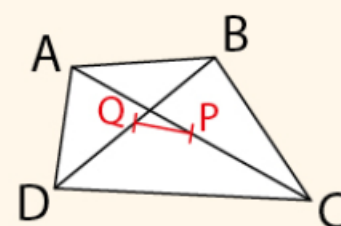
Voici deux situations différentes.

1. I est le milieu d'un segment $[AB]$. Démontrer que pour tout point M, $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$.



Pour cela, écrire $\overrightarrow{MA}$ sous la forme $\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}$ et

2. ABCD est un quadrilatère, P et Q sont les milieux des diagonales $[AC]$ et $[BD]$.

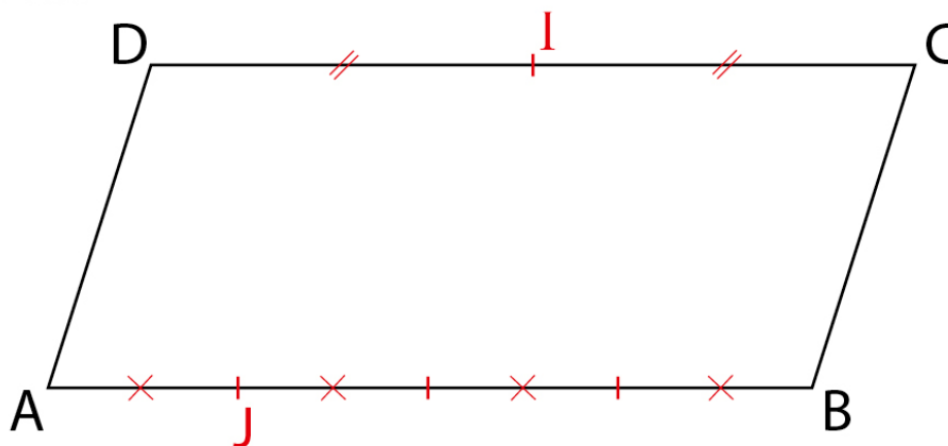


Démontrer que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{PQ}$.

Pour cela, écrire $\overrightarrow{AB}$ sous la forme $\overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{PB}$ et ...

84 ABCD est un parallélogramme.

Les points I et J sont placés comme le montre la figure ci-dessous.



Démontrer que $\vec{JI} = \vec{AD} + \frac{1}{4}\vec{AB}$.