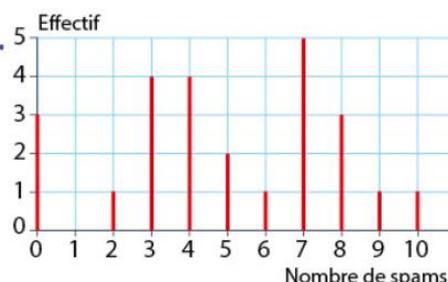


50 Dresser et interpréter un tableau d'effectifs

Le graphique ci-contre illustre le nombre de spams reçus en un jour dans les boîtes aux lettres électroniques des élèves d'une classe.

1. Dresser le tableau des effectifs correspondant.
2. Quel est l'effectif total de la classe ?
3. a) Combien d'élèves ont reçu plus de 7 spams ?
b) Combien d'élèves ont reçu au plus 5 spams ?



AIDE

3. Il ne faut pas confondre « plus de 2 » (c'est-à-dire 3 ou 4 ou ...) et « au plus 2 » (c'est-à-dire 0 ou 1 ou 2).

1 Calculer une moyenne pondérée

→ Cours 1. **A** et **B**

Le tableau ci-dessous donne les salaires mensuels nets des employés d'une PME.

Salaire (en €)	1 100	1 200	1 500	1 800	2 200	2 800
Nombre d'employés	6	10	9	14	7	4

- a) Calculer le salaire mensuel net moyen des employés de cette PME.
- b) L'entreprise décide une augmentation de 100 € du salaire mensuel net de chaque employé. Calculer le nouveau salaire mensuel net moyen des employés de l'entreprise.

Solution

- a) L'effectif total de cette série est $6 + 10 + 9 + 14 + 7 + 4 = 50$.

$$m = \frac{6 \times 1100 + 10 \times 1200 + 9 \times 1500 + 14 \times 1800 + 7 \times 2200 + 4 \times 2800}{50} = \frac{83\,900}{50} = 1678$$

Le salaire mensuel net moyen dans cette PME est 1 678 €.

- b) Chaque valeur de la série est augmentée de 100 €. La moyenne des salaires de l'entreprise est donc augmentée de 100 €. Le nouveau salaire mensuel net moyen est alors de 1 778 €.

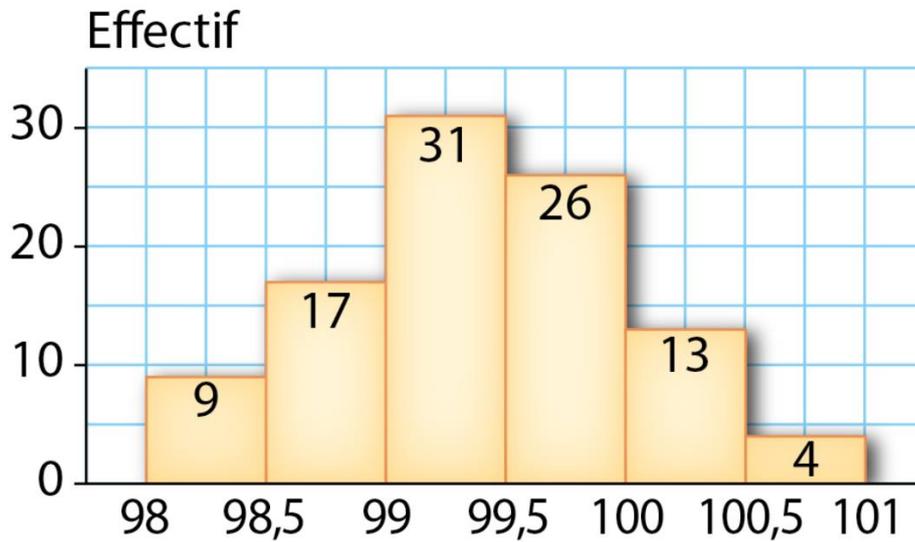
Il est inutile de calculer les salaires augmentés pour obtenir leur moyenne, grâce à la linéarité de la moyenne.

3 Dans un magasin, on a relevé les prix de mugs.

Prix (en €)	3	6	7	8,50
Nombre de mugs	3	7	4	6

- a) Calculer le prix moyen des mugs dans ce magasin.
- b) Le magasin décide une baisse de 10 % des prix. Calculer le prix moyen des mugs après cette réduction.

15 En utilisant les centres des classes, calculer une valeur approchée de la moyenne de la série ci-dessous. *Arrondir au centième.*



13 Déterminer la moyenne de cette série.

Valeur	54	59	68	88
Fréquence	0,17	0,19	0,48	0,16

14 Dans une ville, 20 % des familles ont un enfant, 40 % ont deux enfants, 25 % ont trois enfants, 10 % ont quatre enfants et 5 % ont cinq enfants. Calculer le nombre moyen d'enfants par famille.

27 Leïla a relevé le nombre de magazines publicitaires reçus par jour dans sa boîte aux lettres, sur une période de deux semaines. Elle a obtenu cette série :

5 – 1 – 3 – 7 – 5 – 5 – 4 – 0 – 1 – 4 – 6 – 3 – 2 – 10

- a) Déterminer la médiane et les quartiles.
b) Le dernier jour, Leïla a en fait reçu 7 magazines et non 10. Cela entraîne-t-il des modifications sur les résultats précédents ? Si oui, lesquelles ?

2 Déterminer la médiane d'une série

→ Cours 1. C

Le 1^{er} juillet 2018 est entrée en vigueur la limitation de vitesse à $80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ sur certaines routes secondaires. Ce tableau donne les vitesses mesurées pendant 10 min consécutives sur l'une de ces routes. Déterminer la médiane de cette série. Interpréter le résultat.

Vitesse ($\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$)	76	77	79	80	82	87	97
Nombre de véhicules	11	8	11	13	5	6	1

Solution

L'effectif total est impair : $55 = 2 \times 27 + 1$, donc la médiane est la 28^e vitesse.

$11 + 8 = 19$ et $19 + 11 = 30$. De la 20^e à la 30^e, les valeurs sont des 79, donc $Me = 79 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

Ainsi, au moins 50 % des véhicules contrôlés roulaient à $79 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ou moins (ou $79 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ou plus).

On cumule les effectifs jusqu'à atteindre ou dépasser pour la 1^{re} fois 28.

4 La série considérée est celle de l'exercice **3**.

a) Déterminer le prix médian. Interpréter le résultat.

b) 5 mugs supplémentaires sont vendus 9,50 €.

Déterminer la médiane de la nouvelle série.

Interpréter le résultat.

5 Déterminer les quartiles d'une série

→ Cours 1. C

On considère à nouveau la série de l'exercice résolu 1.

Salaire (en €)	1 100	1 200	1 500	1 800	2 200	2 800
Nombre d'employés	6	10	9	14	7	4

- a) Déterminer les quartiles de cette série de salaires mensuels nets.
b) Interpréter les résultats dans le contexte de l'exercice.

Solution

- a) $\frac{1}{4} \times 50 = 12,5$ donc le 1^{er} quartile est le 13^e salaire de la série. Ainsi $Q_1 = 1200$ €.
 $\frac{3}{4} \times 50 = 37,5$ donc le 3^e quartile est le 38^e salaire de la série. Ainsi $Q_3 = 1800$ €.

- b) Au moins 25 % des employés de cette PME ont un salaire inférieur ou égal à 1 200 €.
Au moins 75 % des employés de cette PME ont un salaire inférieur ou égal à 1 800 €.

Pour déterminer Q_1 , on calcule $\frac{N}{4}$ et le rang de Q_1 est le nombre entier immédiatement supérieur ou égal à $\frac{N}{4}$.

Pour déterminer Q_3 , on calcule $\frac{3N}{4}$ et le rang de Q_3 est le nombre entier immédiatement supérieur ou égal à $\frac{3N}{4}$.

7 La série considérée est celle de l'exercice 6.

- a) Déterminer les quartiles de cette série de nombres de vis par sachet.
b) Interpréter les résultats dans le contexte de l'exercice.

51 Déterminer la médiane et les quartiles d'une série

Voici une série statistique.

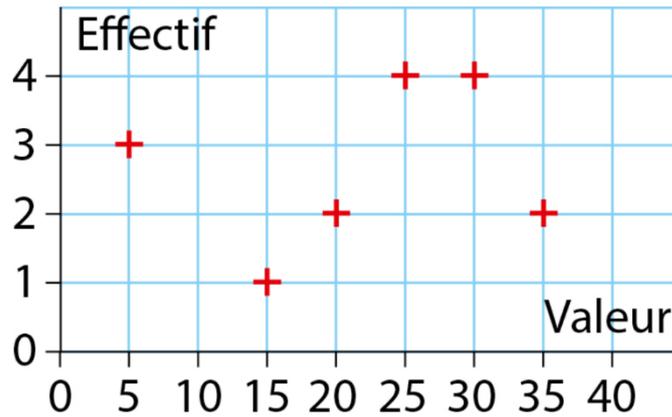
Valeur	35	37	38	39	41	42	43	45
Effectif	5	5	7	10	10	2	9	5
Effectif cumulé croissant								

- a) Reproduire le tableau et compléter la ligne des effectifs cumulés croissants. Quel est l'effectif total de la série ?
b) Déterminer le rang de la médiane. En déduire la valeur de la médiane.
c) Déterminer le rang du premier puis du troisième quartile.
En déduire les valeurs de Q_1 et Q_3 .

AIDE

d) Le rang de Q_1 est le nombre entier qui suit immédiatement $\frac{N}{4}$. On trouve 14 pour ce rang, la valeur de Q_1 est celle de la 14^e donnée.

26 Utiliser les effectifs cumulés pour déterminer la médiane et les quartiles de la série représentée.



28 Dans une ville des États-Unis, le nombre de véhicules par foyer est réparti de la façon suivante :

Nombre de véhicules	0	1	2	3	4
Nombre de foyers	267	3 402	19 203	20 471	1 657



1. Déterminer la médiane et les quartiles de cette série.

2. Compléter les phrases suivantes :

a) « Au moins ... % des foyers possèdent trois véhicules au plus » ;

b) « Au moins 50 % des foyers possèdent ... véhicules ou moins ».

Questions Flash

33 Voici des indicateurs d'une série : $\min = 27$, $Q_1 = 31$, $Me = 34$, $m = 35$, $Q_3 = 42$, $\max = 53$.
Calculer mentalement l'étendue et l'écart interquartile de la série.

34 Déterminer mentalement l'étendue de cette série.

Valeur	152	234	148	78	204	128
Fréquence	0,21	0,135	0,15	0,22	0,03	0,255

6 Déterminer l'écart-type d'une série

→ Cours 2. B

Lors d'un contrôle qualité, on a compté le nombre de vis contenues dans 30 sachets.

Nombre x_i de vis par sachet	18	19	20	21	22	23
Nombre de sachets	2	9	13	2	1	3

- Calculer le nombre moyen m de vis par sachet.
- Déterminer la variance V dans un tableau et en déduire l'écart-type s . Arrondir au centième.
- Combien de sachets contiennent un nombre de vis appartenant à l'intervalle $[m - 2s ; m + 2s]$?

Solution

$$\text{a) } m = \frac{2 \times 18 + 9 \times 19 + 13 \times 20 + 2 \times 21 + 1 \times 22 + 3 \times 23}{30} = \frac{600}{30} = 20$$

b)

x_i	18	19	20	21	22	23
$x_i - m$	-2	-1	0	1	2	3
$(x_i - m)^2$	4	1	0	1	4	9

$$V = \frac{2 \times 4 + 9 \times 1 + 13 \times 0 + 2 \times 1 + 1 \times 4 + 3 \times 9}{30}$$

donc $V \approx 1,67$. $s = \sqrt{V}$ donc $s \approx 1,29$.

c) On détermine les bornes de l'intervalle : $m - 2s \approx 17,4$ et $m + 2s \approx 22,6$.

$2 + 9 + 13 + 2 + 1 = 27$ donc 27 sachets ont un nombre de vis appartenant à $[m - 2s ; m + 2s]$.

Ici, le calcul à la main de la variance permet de mieux comprendre le fonctionnement de la formule. Par la suite, il sera plus rapide d'utiliser la calculatrice (voir p. XIII, XV ou XVII) pour calculer les indicateurs d'une série.

8 La série considérée est celle de l'exercice **5**.

a) Déterminer la variance V dans un tableau et en déduire l'écart-type s . *Arrondir au centième.*

b) Combien d'employés ont un salaire appartenant à l'intervalle $[m - 2s ; m + 2s]$?

39 Nikola note le nombre de buts qu'il marque par match dans son équipe de handball.

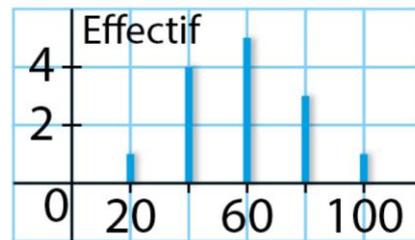
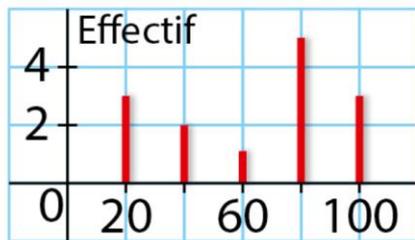
Nombre de buts par match	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de matchs	1	2	7	10	8	6	4	2

Déterminer en appliquant les formules du cours :

a) la moyenne pondérée ; **b)** l'écart-type.

Arrondir au dixième si besoin.

- 44**  a) Par lecture graphique, conjecturer la série qui a le plus grand écart-type.



- b) Avec la calculatrice, déterminer la moyenne et l'écart-type de chaque série. *Arrondir au dixième.*

- 40**  a) Saisir les données de la série ci-dessous à la calculatrice.

Valeur	8,7	9,9	10,4	10,7	12,1	12,7
Effectif	1	3	4	6	5	2

- b) Donner sa moyenne m et son écart-type s .
Arrondir au centième.
- c) Calculer le pourcentage des données de la série qui se trouvent dans chaque intervalle :
- $[m - s ; m + s]$
 - $[m - 2s ; m + 2s]$
- Arrondir à l'unité.*

Exercice 53 p 291

Voici des informations sur la taille (en cm) des élèves de Seconde d'un lycée.

	m	s	Q_1	Me	Q_3
Taille des filles	164	4	159	163	168
Taille des garçons	174	9	165	176	181

AIDE

Pour résumer une série on utilise les couples :
(médiane ; écart interquartile)
ou (moyenne ; écart-type).

- Calculer l'écart interquartile de chacune de ces deux séries.
- Comparer alors la dispersion des données de ces séries autour de Me.
- Comparer la dispersion des données de ces séries autour de m .

64 Une entreprise a effectué une étude sur la durée de réalisation d'un projet par ses employés.

a) Déterminer la moyenne m et l'écart-type s de cette série.
Arrondir au centième.

b) Déterminer l'intervalle $[m - 2s ; m + 2s]$ et calculer la proportion en pourcentage de projets dont la durée de réalisation est dans cet intervalle.

Arrondir au dixième.

Nombre de jours	Nombre de projets
15	3
17	12
20	30
22	61
23	76
25	95
28	81
29	63
32	35
33	10
35	5

85 Imaginer une stratégie

Raisonner Calculer

Multiplier chaque valeur de cette série par un même nombre a , puis leur ajouter un même nombre b afin que la moyenne soit égale à 10 et l'écart-type égal à 3 :

$$30 - 45 - 45 - 45 - 52,5 - 52,5$$

79 Réduire les disparités

Raisonner Calculer

On donne ci-contre la répartition des salaires mensuels bruts (en euro) au sein d'une entreprise.

Le PDG souhaite valoriser le travail de ses employés en augmentant les salaires tout en réduisant les disparités.

Pour cela, il hésite entre deux méthodes.

Salaire	Effectif
[1200 ; 1500[201
[1500 ; 1700[213
[1700 ; 2000[350
[2000 ; 2500[500
[2500 ; 3000[233
[3000 ; 3500[51
[3500 ; 7000[9

Méthode 1 : réduire de 3 % chaque salaire, puis ajouter 100 €.

Méthode 2 : faire évoluer 10 salariés de chaque classe (sauf la dernière) à celle supérieure.

Étudier les conséquences de chaque méthode :

- sur les salaires moyens ;
- sur les écarts-types.