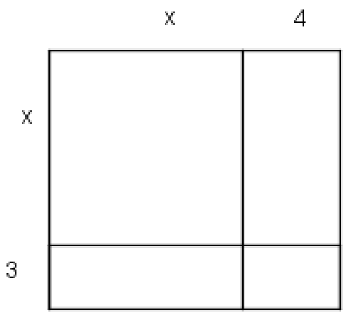
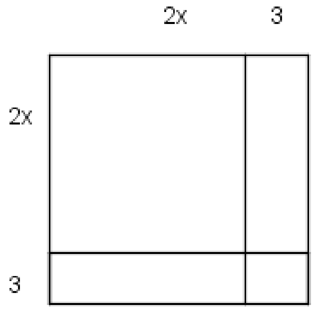
MATHS 2nd	Ch 3 : Utiliser le calcul littéral	ENONCE DES EXERCICES

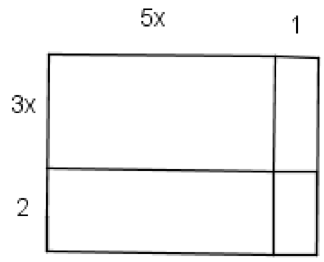
Exercice 1 :

Pour chacun des trois grands rectangles ci-dessous :

1) Ecrire leur aire comme un produit de deux facteurs.
2) Ecrire leur aire comme la somme des aires des petits rectangles qui le constituent.







Exercice 2 : Voici un programme de calcul :

x est un nombre donné
On le multiplie par 2
On ajoute 7
On multiplie le résultat par 3
On soustrait 6 fois le nombre x

1) Faire fonctionner ce programme avec les valeurs -3 et 1
2) Emettre une conjecture puis la démontrer

Exercice résolu 6 p 48 : Exprimer une variable en fonction des autres :

a) x et y désignent deux nombres réels tels que $3x - 2y = 24$.
Exprimer y en fonction de x, puis x en fonction de y.

b) Le volume V d'un cylindre de rayon r et de hauteur h est donné par $V = \pi r^2 h$.
Exprimer le rayon r en fonction de h et de V.

Solution

a) $-2y = 24 - 3x$

$y = \dfrac{24 - 3x}{-2}$

$y = -12 + \dfrac{3}{2}x$

$3x = 24 + 2y$

$x = \dfrac{24 + 2y}{3}$

$x = 8 + \dfrac{2}{3}y$

On isole une variable dans le membre de gauche puis on divise les deux membres par un même nombre.

b) $r^2 = \dfrac{V}{\pi h}$ et $r = \sqrt{\dfrac{V}{\pi h}}$ car r est un nombre positif.

r est un nombre positif car r est le rayon d'un cercle.

Exercice 3 :

Transformer les égalités données en une égalité équivalente permettant de calculer la lettre entre parenthèses :

Transformer h en fonction de g $g = 10 - 4h$	Transformer c en fonction de d $d = \frac{1}{2}(c + 4)$
Transformer k en fonction de j $j = -2(3 - k)$	Transformer b en fonction de a $a = \frac{2b}{3}$

Exercice 4: n°8 p48 du manuel

8 **a)** x et y sont deux nombres réels tels que :

$$-4x + 6y = 1$$

Exprimer y en fonction de x, puis x en fonction de y.

b) Un parallélépipède rectangle a une base carrée de côté c et une hauteur h.

Exprimer son volume V en fonction de c et de h, puis le côté c en fonction de V et h.

SAVOIR Utiliser les identités remarquables

Exercice 5:

Voici un programme de calcul.

- ✓ Choisir un nombre
- ✓ Multiplier ce nombre par (-2)
- ✓ Ajouter 5.
- ✓ Multiplier le résultat par 5.

1) a. Vérifier qu'on obtient 5 lorsque le nombre de départ est 2.

b. Lorsque le nombre de départ est 3, quel résultat obtient-on ?

2. Meïssa prétend que l'expression $(x - 5)^2 - x^2$ permet d'obtenir le résultat du programme de calcul. A-t-elle raison ?

Exercice 6 : Savoir développer en utilisant la double distributivité :($(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$) ou les identités remarquables.

$A = (2x+3)(x-5)$	$E = (5x+1)^2$
$B = (3x-2)(2x+7)$	$F = (2x-3)^2$
$C = 2(x-3)(x-5)$	$G = (4x+3)(4x-3)$
$D = (x-1)^2$	$H = \left(\frac{1}{2}x+3\right)^2$

Exercice 7: Savoir factoriser en utilisant les identités remarquables :

$A = x^2 - 36$	$D = 9t^2 - 12t + 4 =$
$B = t^2 - 16t + 64$	$E = -121 + 16t^2$
$C = 4x^2 - 4x + 1$	$F = 3t^2 - 2\sqrt{3}t + 1$

Exercice 8: Savoir factoriser en utilisant les identités remarquables :

Pour factoriser $A = (2x-5)^2 - 9$ on doit reconnaître l'identité remarquable $a^2 - b^2$ avec

$a = (2x-5)$ et $b = 3$ car $b^2 = 9$ puis il suffit d'appliquer la formule $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

On a donc $A = (2x-5)^2 - 9 = (2x-5)^2 - 3^2 = (2x-5-3)(2x-5+3) = (2x-8)(2x-2)$

A vous de faire :

$B = (3x-1)^2 - 25$	$C = (2x+3)^2 - 1$

Pour factoriser $D = (x+2)^2 - (3x-1)^2$ on doit reconnaître l'identité remarquable $a^2 - b^2$ avec

$a = (x+2)^2$ et $b = 3x-1$ puis il suffit d'appliquer la formule $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

On a donc $D = (x+2)^2 - (3x-1)^2 = [(x+2) + (3x-1)][(x+2) - (3x-1)]$

$$= (x+2+3x-1)(x+2-3x+1) = (4x+1)(-2x+3)$$

A vous de faire :

$E = (4x-3)^2 - (x+5)^2$	$F = (2x+1)^2 - (3x-5)^2$
$G = (3x-5)^2 - 25x^2$	$H = 4(x-3)^2 - (x+5)^2$

Exercice résolu 11 p 49 : Transformer des écritures fractionnaires

a) x désigne un nombre réel non nul.

Écrire $Q = \frac{3x+2}{2} + \frac{4}{x}$ sous la forme d'un seul quotient.

b) Montrer que la différence des inverses de deux nombres entiers consécutifs non nuls est l'inverse de leur produit.

Solution

a) $Q = \frac{(3x+2)x}{2x} + \frac{4 \times 2}{x \times 2} = \frac{3x^2+2x+8}{2x}$

b) n est un nombre entier non nul, son suivant est $n+1$.

$\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1}{n(n+1)} - \frac{n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$

On obtient l'inverse du produit des entiers consécutifs n et $n+1$.

On réduit les deux écritures fractionnaires au même dénominateur, ici le produit $2x$.

Le dénominateur commun est le produit $n(n+1)$.

<u>Exercice 9</u>: 72-73 p53 du manuel

72 Donner la réponse exacte.

Pour tout nombre réel $x > 0$, $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$ est égal à :

(1) $\frac{2}{2x+1}$ **(2)** $\frac{2x+1}{x(x+1)}$ **(3)** $\frac{3}{x+1}$

73 L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ?

« Pour tout nombre réel $x \neq 4$, $\frac{2}{x-4} - \frac{x}{2x-8}$ est égal à $-\frac{1}{2}$. »

Exercice 10: n°75 p53 du manuel

75 Écrire chacune des expressions suivantes sous la forme d'un unique quotient.

a) $\dfrac{x}{7}+\dfrac{x}{3}$

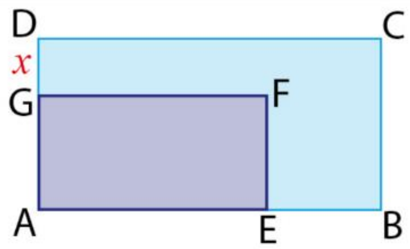
b) $\dfrac{4x}{7}+\dfrac{2x+1}{3}$

c) $\dfrac{4}{x}+\dfrac{2x+1}{3}$ avec $x \neq 0$

d) $\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}$ avec $x \neq 0$

Exercice 11: n°61 p53 du manuel

61 ABCD est un rectangle tel que $AB = 16$ et $BC = 8$.



On découpe une bordure en forme de L pour obtenir un nouveau rectangle AEFG tel que $EB = 2GD$.

On pose $GD = x$ et on note $\mathscr{A}(x)$ l'aire du rectangle AEFG.

a) Justifier que $\mathscr{A}(x) = (16-2x)(8-x)$.

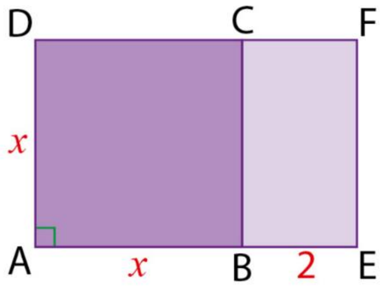
b) Développer et réduire $\mathscr{A}(x)$.

c) Montrer que $\mathscr{A}(x) = 2(8-x)^2$.

d) Utiliser l'écriture la plus adaptée pour calculer $\mathscr{A}(x)$ lorsque $x = 4$.

Exercice 12: **n°69 p53 du manuel**

69 On considère le rectangle AEFD ci-contre formé d'un carré ABCD de côté x cm (avec $x > 0$) et d'un rectangle BEFC tel que BE $= 2$ cm.



On note $\mathscr{A}$ l'aire du rectangle AEFD en cm^2.

a) Exprimer $\mathscr{A}$ en fonction de x sous forme développée.

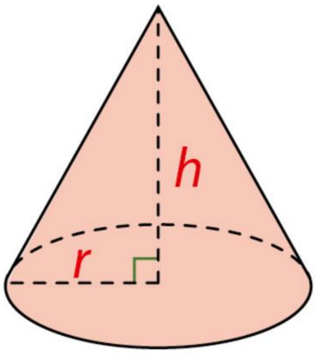
b) Vérifier que $\mathscr{A} = (x+1)^2 - 1$.

c) Quelles sont les dimensions du rectangle AEFD lorsque $\mathscr{A} = 48$ cm^2 ?

Exercice 13: **n°46 p51 du manuel**

46 Le volume V d'un cône de rayon r et de hauteur h est donné par :

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$



a) Justifier que $h = \dfrac{3V}{\pi r^2}$.

b) Exprimer r en fonction de h et de V.

<u>Exercice 14</u>: n°109 p59 du manuel

109 On modélise une canette de soda par un cylindre de rayon r et de hauteur h.

a) Exprimer le volume V de cette canette en fonction de r et h.

b) Un exploitant veut changer la forme de ses canettes. Il envisage d'augmenter le rayon de 20 %.

Par quel nombre doit-il diviser la hauteur pour conserver le même volume ?

c) En déduire le pourcentage de réduction qu'il doit appliquer à la hauteur. *Arrondir au dixième.*