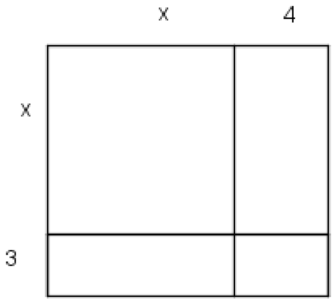
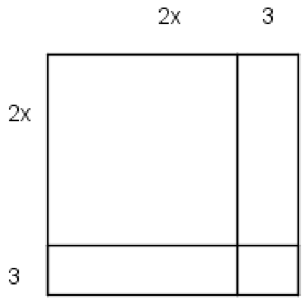
MATHS 2nd	Ch 3 : Utiliser le calcul littéral	Correction

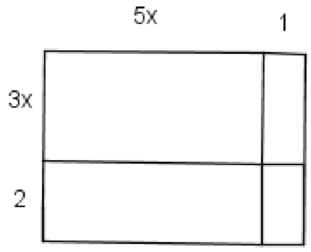
Exercice 1 :

Pour chacun des trois grands rectangles ci-dessous :

1) Ecrire leur aire comme un produit de deux facteurs.
2) Ecrire leur aire comme la somme des aires des petits rectangles qui le constituent.







	Rectangle 1	Rectangle 2	Rectangle 3
Produit	$(x+3)(x+4)$	$(2x+3)^2$	$(3x+2)(5x+1)$
Somme	$x^2+4x+3x+12$ $=x^2+7x+12$	$4x^2+6x+6x+9$ $=4x^2+12x+9$	$15x^2+3x+10x+2$ $=15x^2+13x+2$

Exercice 2 : Voici un programme de calcul :

x est un nombre donné
On le multiplie par 2
On ajoute 7
On multiplie le résultat par 3
On soustrait 6 fois le nombre x

1) Faire fonctionner ce programme avec les valeurs -3 et 1

2) Emettre une conjecture puis la démontrer

1) $\left((-3)\times 2+7\right)\times 3-6\times(-3)=21$

$(1\times 2+7)\times 3-6\times 1=21$

On observe que les deux résultats sont identiques et ne dépend donc pas du nombre de départ

2) On note x le nombre de départ, le résultat du programme a pour expression :

$(2x+7)\times 3-6\times x=6x+21-6x=21$

Le résultat vaut toujours 21 quelque soit le nombre x.

Exercice 3 :

Transformer les égalités données en une égalité équivalente permettant de calculer la lettre entre parenthèses :

$g = 10 - 4h$ $4h = 10 - g$ $h = \dfrac{10-g}{4}$	$d = \dfrac{1}{2}(c+4)$ $2d = c + 4$ $c = 2d - 4$
$j = -2(3-k)$ $j = -6 + 2k$	$a = \dfrac{2b}{3}$ $3a = 2b$ $b = \dfrac{3a}{2}$

Exercice 4: n°8 p48 du manuel

8 **a)** • $6y = 1 + 4x$, c'est-à-dire $y = \dfrac{1+4x}{6}$.

On peut aussi écrire $y = \dfrac{1}{6} + \dfrac{2}{3}x$.

• $4x = 6y - 1$, c'est-à-dire $x = \dfrac{6y-1}{4}$.

On peut aussi écrire $x = \dfrac{3}{2}y - \dfrac{1}{4}$.

b) $V = c^2h$, c'est-à-dire $c^2 = \dfrac{V}{h}$, $c = \sqrt{\dfrac{V}{h}}$ car V et h sont positifs ($h \neq 0$).

SAVOIR Utiliser les identités remarquables

Exercice 5:

Voici un programme de calcul.

- ✓ Choisir un nombre
- ✓ Multiplier ce nombre par (-2)
- ✓ Ajouter 5.
- ✓ Multiplier le résultat par 5.

1) a. Vérifier qu'on obtient 5 lorsque le nombre de départ est 2.

$$(2 \times (-2) + 5) \times 5 = 5$$

b. Lorsque le nombre de départ est 3, quel résultat obtient-on ?

$$(3 \times (-2) + 5) \times 5 = -5$$

2. Meïssa prétend que l'expression $(x - 5)^2 - x^2$ permet d'obtenir le résultat du programme de calcul. A-t-elle raison ?

Soit x le nombre de départ : $(-2x + 5) \times 5 = -10x + 25$

$(x - 5)^2 - x^2 = x^2 - 10x + 25 - x^2 = -10x + 25$

Les deux expressions sont égales donc Meïssa a raison.

Exercice 6 : Savoir développer en utilisant la double distributivité :($(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$) ou les identités remarquables.

$A = (2x+3)(x-5) = 2x^2 - 10x + 3x - 15$ $= 2x^2 - 7x - 15$	$E = (5x+1)^2 = 25x^2 + 10x + 1$
$B = (3x-2)(2x+7) = 6x^2 + 21x - 4x - 14$ $= 6x^2 + 17x - 14$	$F = (2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$
$C = 2(x-3)(x-5) = 2(x^2 - 5x - 3x + 15)$ $= 2(x^2 - 8x + 15) = 2x^2 - 16x + 30$	$G = (4x+3)(4x-3) = (4x)^2 - 3^2$ $= 16x^2 - 9$
$D = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$	$H = \left(\frac{1}{2}x + 3\right)^2 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + 2 \times \frac{1}{2}x \times 3 + 9$ $= \frac{1}{4}x^2 + 3x + 9$

Exercice 7: Savoir factoriser en utilisant les identités remarquables :

$A = x^2 - 36 = (x-6)(x+6)$	$D = 9t^2 - 12t + 4 = (3t-2)^2$
$B = t^2 - 16t + 64 = (t-8)^2$	$E = -121 + 16t^2 = 16t^2 - 121 = (4t-11)(4t+11)$
$C = 4x^2 - 4x + 1 = (2x-1)^2$	$F = 3t^2 - 2\sqrt{3}t + 1 = (\sqrt{3}t - 1)^2$

Exercice 8: Savoir factoriser en utilisant les identités remarquables :

$B = (3x-1)^2 - 25$ $= (3x - 1 + 5)(3x - 1 - 5) = (3x+4)(3x-6)$	$C = (2x+3)^2 - 1$ $= (2x + 3 - 1)(2x + 3 + 1)$ $= (2x+2)(2x+4)$

A vous de faire :

$E = (4x-3)^2 - (x+5)^2$ $= (4x - 3 + x + 5)(4x - 3 - x - 5)$ $= (5x+2)(3x-8)$	$F = (2x+1)^2 - (3x-5)^2$ $= (2x + 1 + 3x - 5)(2x + 1 - 3x + 5)$ $= (5x-4)(-x+6)$
$G = (3x-5)^2 - 25x^2$ $= (3x-5)^2 - (5x)^2$ $= (3x - 5 + 5x)(3x - 5 - 5x)$ $= (8x-5)(-2x-5)$	$H = 4(x-3)^2 - (x+5)^2$ $= \left(2(x-3)\right)^2 - (x+5)^2$ $= (2(x-3) + x + 5)(2(x-3) - x - 5)$ $= (2x - 6 + x + 5)(2x - 6 - x - 5)$ $= (3x-1)(x-11)$

<u>Exercice 9</u>: 72-73 p53 du manuel

72 Pour tout nombre réel $x > 0$,

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{x+1}{x(x+1)} + \frac{x}{x(x+1)} = \frac{2x+1}{x(x+1)}$$

Réponse **(2)**.

73 Pour tout nombre réel $x \neq 4$,

$$\frac{2}{x-4} - \frac{x}{2x-8} = \frac{2 \times 2}{2x-8} - \frac{x}{2x-8}$$

$$\frac{2}{x-4} - \frac{x}{2x-8} = \frac{4-x}{2x-8} = \frac{4-x}{-2(4-x)} = -\frac{1}{2}$$

L'affirmation est donc vraie.

<u>Exercice 10</u>: n°75 p53 du manuel

75 **a)** Pour tout nombre réel x,

$$\frac{x}{7} + \frac{x}{3} = \frac{3x}{21} + \frac{7x}{21} = \frac{10x}{21}$$

b) Pour tout nombre réel x,

$$\frac{4x}{7} + \frac{2x+1}{3} = \frac{12x}{21} + \frac{7(2x+1)}{21} = \frac{26x+7}{21}$$

c) Pour tout nombre réel $x \neq 0$,

$$\frac{4}{x} + \frac{2x+1}{3} = \frac{12}{3x} + \frac{x(2x+1)}{3x} = \frac{2x^2+x+12}{3x}$$

d) Pour tout nombre réel $x \neq 0$,

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} = \frac{x}{x^2} - \frac{1}{x^2} = \frac{x-1}{x^2}$$

<u>Exercice 11</u>: n°61 p53 du manuel

61 **a)** L'aire de AEFG est donnée par $AE \times AG$. Pour tout nombre réel x tel que $0 \leqslant x \leqslant 8$,

$AE = AB - EB = 16 - 2x$ et $AG = AD - GD = 8 - x$

Donc $\mathscr{A}(x) = (16 - 2x)(8 - x)$

b) Pour tout nombre réel x tel que $0 \leqslant x \leqslant 8$,

$\mathscr{A}(x) = 128 - 16x - 16x + 2x^2$

$\mathscr{A}(x) = 2x^2 - 32x + 128$

c) Pour tout nombre réel x tel que $0 \leqslant x \leqslant 8$,

$2(x-8)^2 = 2(x^2 - 16x + 64)$

$2(x-8)^2 = 2x^2 - 32x + 128$

$2(x-8)^2 = \mathscr{A}(x)$

d) Avec la forme factorisée, pour

$x = 4$, $\mathscr{A}(x) = 2(4-8)^2 = 2 \times 16 = 32$

<u>Exercice 12</u>: n°69 p53 du manuel

69 **a)** L'aire de AEFD est la somme des aires du carré ABCD et du rectangle BEFC.

Pour tout nombre réel $x > 0$, $\mathscr{A} = x^2 + 2x$.

b) Pour tout nombre réel $x > 0$,

$(x+1)^2 - 1 = x^2 + 2x + 1 - 1 = x^2 + 2x$

c) On cherche un réel positif x tel que $(x+1)^2 - 1 = 48$.

$x + 1$ est donc un nombre réel positif de carré 49.

On trouve donc $x + 1 = 7$ soit $x = 6$.

On en déduit que le rectangle AEFD a pour dimensions AE = 8 cm et AD = 6 cm.

<u>Exercice 13</u>: n°46 p51 du manuel

46 **a)** Si $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$, alors $3V = \pi r^2 h$ soit $\frac{3V}{\pi r^2} = h$.

b) Si $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$, alors $3V = \pi r^2 h$ et $\frac{3V}{\pi h} = r^2$

Donc $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$ car $r > 0$.

<u>Exercice 14</u>: n°109 p59 du manuel

109 **a)** $V = \pi r^2 h$

b) En augmentant le rayon de 20 %, on obtient un nouveau rayon de $1{,}2r$. Le volume est alors :

$$V = (1{,}2r)^2 h = \pi \times 1{,}44 r^2 h = 1{,}44V,$$

En divisant la hauteur h par 1,44, il retrouvera alors le même volume.

c) $\dfrac{1}{1{,}44} \approx 0{,}694$ et $0{,}694 = 1 - 0{,}306$.

Donc l'exploitant doit réduire la hauteur de la canette d'environ 30,6 % pour conserver le même volume.