80 Reconnaître un nombre décimal

Parmi les nombres suivants, indiquer ceux qui sont des nombres décimaux.

- $-16{,}75$
- $\dfrac{67}{10^3}$
- $\dfrac{1}{9}$
- $\dfrac{7}{40}$
- $-\pi$

AIDE

- Sous forme décimale, sa partie décimale est finie.
- Sous forme fractionnaire, il est de la forme $\dfrac{a}{10^n}$ ou $\dfrac{a}{2^m \times 5^p}$ avec $a \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$, $m \in \mathbb{N}$, $p \in \mathbb{N}$.

2 Déterminer la nature d'un nombre

→ Cours 1 et 2

Déterminer la nature de chaque nombre.

a) $-\dfrac{27}{36}$ **b)** $\pi^2 + 1$ **c)** $\dfrac{4}{3}$ **d)** $-\sqrt{9}$ **e)** $\dfrac{6\pi}{\pi}$

Solution

a) On écrit la fraction sous forme irréductible : $-\dfrac{27}{36} = -\dfrac{9\times 3}{9\times 4} = -\dfrac{3}{4}$.
Or, $-\dfrac{3}{4} = \dfrac{-3}{2^2}$. On en déduit que $-\dfrac{27}{36}$ est un nombre décimal.

b) π est un nombre irrationnel, il en est de même pour π^2 et pour $\pi^2 + 1$. Ainsi, $\pi^2 + 1$ est un nombre réel, irrationnel.

c) $-\dfrac{4}{3}$ est une fraction écrite sous forme irréductible et son dénominateur n'est pas de la forme $2^m \times 5^p$.
On en déduit que $-\dfrac{4}{3}$ est un nombre rationnel non décimal.

d) $-\sqrt{9} = -3$. On en déduit que $-\sqrt{9}$ est un nombre entier relatif.

e) $\dfrac{6\pi}{\pi} = 6$. On en déduit que $\dfrac{6\pi}{\pi}$ est un nombre entier naturel.

Déterminer la nature d'un nombre, c'est déterminer le « plus petit » ensemble de nombres auquel il appartient.

4 Déterminer la nature de chaque nombre.

a) $\dfrac{11}{50}$ **b)** $\dfrac{85}{1\,500}$ **c)** $\dfrac{\pi}{2}$ **d)** $1 - \sqrt{4}$ **e)** $1 - \sqrt{5}$

35

Sur une droite graduée (*unité* : 2 cm), représenter le plus précisément possible les nombres entiers en rouge, les nombres rationnels non entiers en vert et les nombres irrationnels en bleu.

- $-2{,}5$
- $\sqrt{2}$
- $\dfrac{1}{3}$
- $\dfrac{4}{2}$
- $-\dfrac{24}{7}$
- $-\pi$
- $-1{,}67$
- $\dfrac{24}{6}$
- 10^{-1}
- $\dfrac{11}{6}$

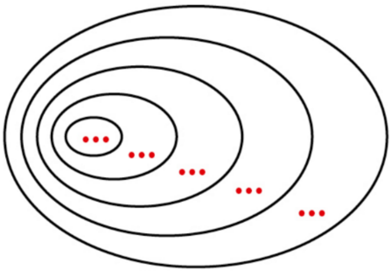
36 Recopier et compléter les pointillés par le symbole $\in$ ou $\notin$ qui convient.

- $-15{,}4 \ldots \mathbb{Q}$
- $\dfrac{1}{\pi} \ldots \mathbb{R}$
- $-\sqrt{4} \ldots \mathbb{Z}$
- $\dfrac{9}{11} \ldots \mathbb{D}$
- $\dfrac{12}{6} \ldots \mathbb{N}$
- $\dfrac{\pi}{2} \ldots \mathbb{Q}$

Pour les exercices 38 à 40, indiquer la nature de chaque nombre.

38
- $\sqrt{2}$
- $-\dfrac{5}{4}$
- 5×10^4
- $\dfrac{8}{7}$
- $\dfrac{\pi}{4}$

42 **1. a)** Recopier et compléter ce schéma par les lettres $\mathbb{D}$, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ et $\mathbb{Z}$.



b) Colorer la partie qui représente les nombres irrationnels en rouge et celle des nombres rationnels non décimaux en vert.

2. Sur ce schéma, placer les nombres :
- $0{,}5$
- 0
- -5
- $\dfrac{8}{4}$
- $\dfrac{7}{3}$
- $-\sqrt{2}$

43 **a)** Recopier et compléter ce tableau dans lequel une croix indique que le nombre appartient à l'ensemble correspondant.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
$-\dfrac{5}{2}$			X	X	X
$-\dfrac{6}{2}$					
$-\sqrt{121}$					
$\sqrt{7}$					
2π					
$4{,}5 \times 10^{-4}$					
$-\dfrac{7}{9}$					
$\dfrac{617}{8}$					

b) En déduire la nature de chaque nombre.

82 Encadrer un nombre réel par des décimaux

Avec la calculatrice, Steven a obtenu l'affichage suivant : $\sqrt{13}$ 3.605551275

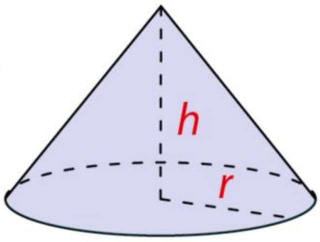
Recopier et compléter le tableau ci-dessous par des encadrements décimaux de $\sqrt{13}$ d'amplitudes données.

Amplitude	Encadrement
10^{-1}	$\ldots < \sqrt{13} < \ldots$
10^{-2}	$\ldots < \sqrt{13} < \ldots$
10^{-3}	$\ldots < \sqrt{13} < \ldots$

AIDE
Il y a plusieurs façons pour compléter chaque ligne. Mais, pour une amplitude 10^{-n}, le plus simple est de compléter par deux nombres consécutifs qui ont n chiffres dans leurs parties décimales.

99 Le volume d'un cône de révolution est donné par la formule :

$$\mathscr{V} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$



a) Calculer la valeur exacte du volume $\mathscr{V}$ lorsque $h = 2{,}45$ et $r = 1{,}74$.

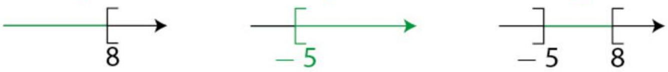
b) Donner la nature du nombre $\mathscr{V}$.

c) En déduire son arrondi au dixième.

83 Représenter un intervalle

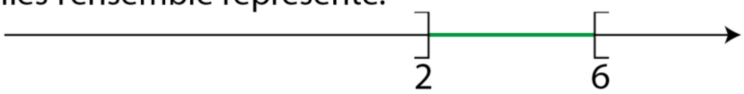
Recopier puis relier chacun des intervalles donnés à sa représentation sur une droite graduée.

$[-5\,;+\infty[$ $\qquad]-5\,;8[$ $\qquad]-\infty\,;8[$

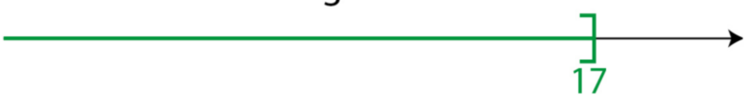


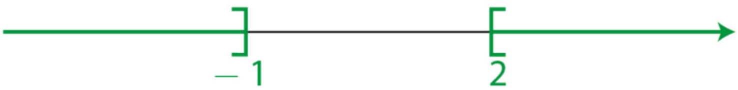
AIDE
Les crochets ouverts correspondant à $-\infty$ et $+\infty$ n'apparaissent pas sur la représentation.

60 Dans chaque cas, désigner avec un ou des intervalles l'ensemble représenté.

a)


b)


c)


d)


61 Recopier et compléter par $\in$ ou $\notin$.

a) $-2{,}5 \dots [-3\,;5]$

b) $\dfrac{\pi}{2} \dots [-3\,;3[$

c) $-7 \dots]-6\,;-3[$

d) $1 \dots [1\,;6]$

e) $0 \dots]0\,;+\infty[$

f) $10^{-1} \dots]-\infty\,;0]$

g) $1{,}3 \dots [-5\,;0[\ \cup\ ]2\,;+\infty[$

h) $-4 \dots [-3\,;+\infty[$

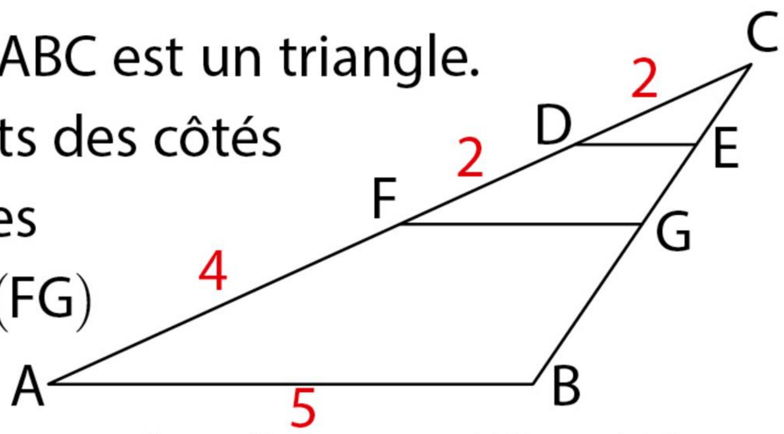
98 $A = 2\times10^{3}$, $B = 6\times10^{-5}$ et $C = -11\times10^{-2}$

Simplifier l'écriture de chaque nombre et en déduire sa nature.

a) $A\times B$ **b)** $\dfrac{A}{C}$ **c)** $\dfrac{A\times B}{C}$

51 Sur cette figure, ABC est un triangle.

D, E, F, G sont des points des côtés $[AC]$ et $[BC]$ tels que les droites (AB), (ED) et (FG) sont parallèles.



Calculer les valeurs exactes des distances ED et FG, en cm, puis déterminer la nature de chaque nombre.

116 **Réunions d'intervalles**

1. Au self du lycée, il est écrit « fromage ou yaourt ». Est-il possible de prendre une portion de fromage et un yaourt ?

2. a) Représenter sur une même droite graduée les intervalles $\mathrm{I}_1 =]-\infty\,;1]$ et $\mathrm{I}_2 = [0\,;3]$.

b) Déterminer graphiquement l'ensemble des nombres réels qui appartiennent à I_1 ou à I_2.

On note cet ensemble $\mathrm{I}_1 \cup \mathrm{I}_2$ (lire « I_1 union I_2 ») : c'est la réunion des deux intervalles.

c) Meï a écrit : « $x \in \mathrm{I}_1 \cup \mathrm{I}_2$ c'est-à-dire $x \leqslant 3$. » A-t-elle raison ?

d) Comparer le sens du mot « ou » dans le langage courant et dans le langage des mathématiques.

3. Dans chaque cas, simplifier lorsque c'est possible l'ensemble $\mathrm{I}_1 \cup \mathrm{I}_2$.

a) $\mathrm{I}_1 =]-2\,;3[$ et $\mathrm{I}_2 = [-3\,;2[$

b) $\mathrm{I}_1 =]0\,;+\infty[$ et $\mathrm{I}_2 =]-2\,;4]$

c) $\mathrm{I}_1 = [-10\,;5]$ et $\mathrm{I}_2 =]5\,;8]$

Pour les exercices 55 et 56, traduire chaque information donnée par l'appartenance de x à un intervalle ou une réunion d'intervalles et représenter cet ensemble sur une droite graduée.

55 **a)** $3 \leqslant x \leqslant 7$ **b)** $x < 5$

c) $1 < x \leqslant 8$ **d)** $x \leqslant 2$ ou $x \geqslant 3$

Pour les exercices 57 à 59, représenter chaque information sur une droite graduée et la traduire par des inégalités.

57 **a)** $x \in [-2\,;6[$ **b)** $x \in]-\infty\,;3]$

c) $x \in [4\,;12]$ **d)** $x \in [5\,;+\infty[$

75 Recopier et compléter.

a) $x \in]-2\,;4[$ signifie que $|x - \ldots| < \ldots.$

b) $x \in [\ldots\,;\ldots]$ signifie que $|x-2| \leqslant 4.$

c) $x \in [-5\,;1]$ signifie que $|x\ldots| \leqslant \ldots.$

d) $x \in]\ldots\,;\ldots[$ signifie que $|x+3| < 6.$

e) $x \in]-\infty\,;0{,}5[\ \cup\ ]2\,;+\infty[$ signifie que $|x\ldots| > \ldots.$

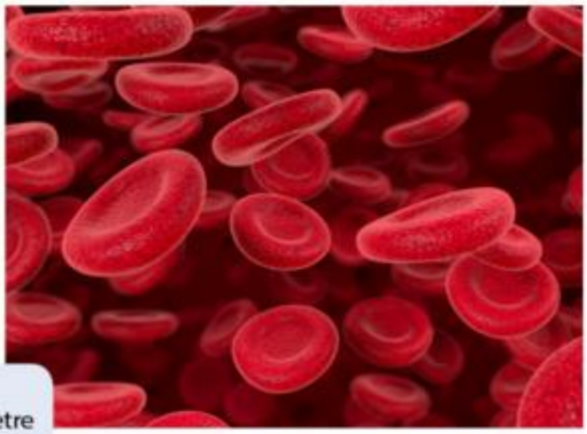
f) $x \in]-\infty\,;3]\ \cup\ [\ldots\,;+\infty[$ signifie que $|x\ldots| \geqslant 2.$

135 **Étudier l'infiniment petit**

La situation problème

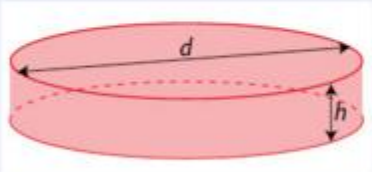
Les globules rouges transportent l'oxygène dans le corps humain. Ces échanges se font par l'intermédiaire de leur surface.

Utiliser les différentes informations pour déterminer l'aire totale, en m^2, de tous les globules rouges contenus dans le corps humain.



DOC 1 **Dimension d'un globule**

Un globule rouge a la forme d'un cylindre de diamètre $d = 7 \times 10^{-3}$ mm et de hauteur $h = 3 \times 10^{-3}$ mm.



DOC 2 **Volume dans le corps**

Dans 1 mm^3 de sang humain, il y a environ 4,5 millions de globules rouges.

Le corps humain contient environ 5,5 L de sang.

3 Démontrer par un raisonnement par l'absurde que le nombre $\frac{1}{9}$ n'est pas un nombre décimal.

118 Quantificateurs

Pour chaque proposition, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier la réponse.

a) Pour tous nombres a et b de $\mathbb{Q}$, $a + b$ est un nombre de $\mathbb{Q}$.

b) Il existe des nombres a et b de $\mathbb{D}$ tels que $a + b$ soit un nombre de $\mathbb{Z}$.

91 Déterminer un ordre de grandeur

Méthode

Pour connaître un ordre de grandeur d'un nombre, il est parfois utile d'utiliser les approximations suivantes : $2^{10} \approx 10^3$; $2^{20} \approx 10^6$; $2^{30} \approx 10^9$.

Depuis décembre 2018, le plus grand nombre premier connu est $M = 2^{82\,589\,933} - 1$.

Donner un ordre de grandeur de ce nombre.

134 Expliquer un terme scientifique

La situation problème

Depuis plusieurs dizaines d'années, les hommes envoient autour de la Terre des satellites pour différentes activités (système de téléguidage (GPS), observations militaires, communications téléphoniques, observations météorologiques ...).

Certains de ces satellites artificiels sont appelés satellites géostationnaires : ils restent constamment au-dessus d'un même point de l'équateur.

Utiliser les différentes informations pour montrer que, pendant que la Terre fait une rotation sur elle-même, les satellites géostationnaires font en effet un tour complet de la Terre.

DOC 1 Vitesse du satellite

Lorsqu'un satellite a une orbite circulaire autour de la Terre, le centre de cette orbite et le centre de la Terre sont confondus.

La vitesse v, en $m \cdot s^{-1}$, du satellite est donnée par : $v = \sqrt{G \times \frac{M}{r}}$

où :

– $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ est la constante de gravitation ;

– $M = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg est la masse de la Terre ;

– r est le rayon, en m, de l'orbite du satellite.

DOC 2 Altitude du satellite

• Les satellites géostationnaires sont situés à 35 786 km d'altitude (par rapport au sol).

• Le diamètre moyen de la Terre est $1{,}275 \times 10^4$ km.

DOC 3 Période de rotation

La Terre, en plus de tourner autour du Soleil, tourne sur elle-même. Elle met 23 h 56 min 4 s pour effectuer une rotation sur elle-même.