

I – Résolution d'équation du premier degré

Questions flash :

18 Associer chaque équation à son modèle.

A $2x + 3 = 10$

B $x^2 - 9 = 0$

C $\frac{3x+1}{x-3} = 0$

D $(x-1)(x+4) = 0$

Modèles d'équations :

1 1^{er} degré

2 Produit nul

3 Quotient nul

4 $x^2 = a$

19 Kan affirme : « $-\frac{2}{3}$ est solution de chacune des équations : $-6x = 4$, $\frac{3}{2}x = 1$, $x^2 = \frac{4}{9}$. »
Que peut-on en penser ?

20 Imaginer une équation admettant $-\sqrt{7}$, 1 et $\sqrt{7}$ comme solutions.

21 Résoudre dans $\mathbb{R}$ chaque équation.

a) $4x = \frac{1}{3}$

b) $\frac{2}{5}x = 3$

c) $\frac{3}{7}x = \frac{2}{9}$

23 Résoudre dans $\mathbb{R}$ chaque équation.

a) $(7x+14)(-x-3) = 0$

b) $x^2 - 16 = 0$

c) $4x^2 = 9$

d) $x(x+1)(1-2x) = 0$

25 Résoudre dans $\mathbb{R}$ chaque équation.

a) $\frac{2x+1}{x-2} = 0$

b) $\frac{(4x-5)^2}{x-2} = 0$

c) $\frac{(x-5)(x+6)}{x-2} = 0$

d) $\frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 0$

27 Victor affirme : « L'équation $x^2 - 5x = 0$ admet 0 comme seule solution. »

Hanna affirme : « L'équation $x^2 - 5x = 0$ est équivalente à $x(x-5) = 0$. »

Que peut-on penser de ces affirmations ?

31 Résoudre chaque équation dans $\mathbb{R}$ en se ramenant à une équation du 1^{er} degré ou « produit nul ».

a) $(2x-1)(x+3) - (2x-1)(3x-1) = 0$

b) $(x-2)(x+3) = (x-5)(x+1)$

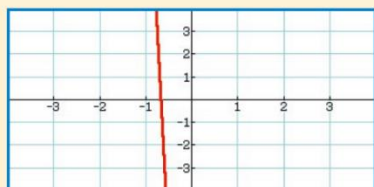
c) $5x^2 = 3x$

d) $(x-1)^2 - (x-2)^2 = 0$

29 Alban a affiché la courbe représentative de la fonction

$f: x \mapsto (x - 12)(3x + 2)$ à l'écran de sa calculatrice.

Il affirme : « L'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution $-0,6$. » Cette affirmation est-elle exacte ?



35 On se propose de résoudre de deux façons l'équation (E) : $(x - 2)^2 = 9$.

1. Méthode de Raphaël

a) Justifier que l'équation (E) est équivalente à :

$$x - 2 = 3 \text{ ou } x - 2 = -3$$

b) En déduire la résolution de l'équation (E).

2. Méthode de Carla

a) Factoriser $(x - 2)^2 - 9$.

b) En déduire la résolution de l'équation (E).

37 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x - 5)^2 - 36 \quad (1)$$

1. Prouver que pour tout nombre réel x :

a) $f(x) = x^2 - 10x - 11 \quad (2)$

b) $f(x) = (x - 11)(x + 1) \quad (3)$

2. Résoudre chaque équation en utilisant celle des formes (1), (2) ou (3) qui est la plus adaptée.

a) $f(x) = 0$

b) $f(x) = -36$

c) $f(x) = -11$

d) $f(x) = -10x$

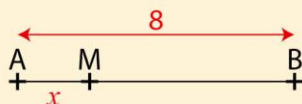
66 $[AB]$ est un segment de longueur 8.

M est un point mobile du segment $[AB]$.

On note x la longueur AM.

a) Quelles sont les valeurs possibles de x ?

b) Exprimer BM en fonction de x .



67 Une mère a 30 ans de plus que son fils. Dans cinq ans, elle aura le double de l'âge de son fils.

Voici la production de Karen :

$$x \text{ est l'âge du fils, et on a : } x + 30 = 2(x + 5).$$

Cette équation traduit-elle la situation ?

68 On souhaite trouver trois nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 2019.

a) Traduire le problème posé à l'aide d'une équation.

b) Résoudre l'équation et conclure.

70 Un père de 41 ans a trois enfants âgés de 6 ans, 9 ans et 12 ans.

Dans combien d'années l'âge du père sera-t-il égal à la somme des âges de ses enfants ?

71 Ce trimestre, Laure a obtenu les notes suivantes en SVT.

Note	14	17	18	16
Coefficient	3	2	1	2

Elle souhaite calculer la note qu'elle doit obtenir au dernier contrôle, coefficient 2, pour avoir une moyenne trimestrielle de 16 en SVT.

On note x la note cherchée (avec $0 \leq x \leq 20$).

a) Justifier que le problème se traduit par l'équation :

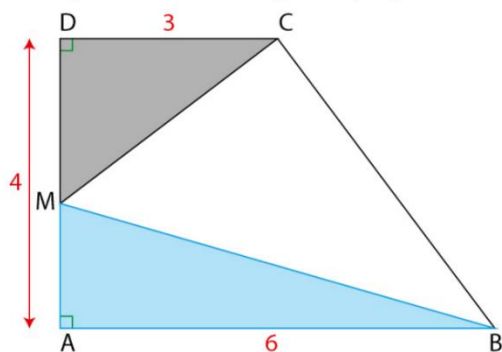
$$\frac{126 + 2x}{10} = 16$$

b) Résoudre cette équation et conclure.

72 ABCD est un trapèze rectangle tel que :

$AB = 6$, $AD = 4$ et $CD = 3$

M est un point mobile du segment [AD].



On se propose de déterminer la position du point M tel que les aires des triangles ABM et MCD sont égales.

On note x la distance AM (avec $0 \leq x \leq 4$).

a) Justifier que le problème peut se traduire par :

$$\frac{6x}{2} = \frac{3(4-x)}{2}$$

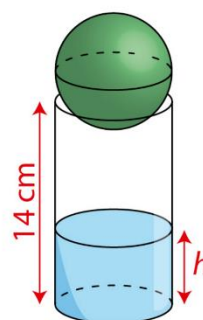
b) Résoudre l'équation et conclure.

104 Quel même nombre entier x faut-il ajouter au numérateur et dénominateur de la fraction $\frac{3}{7}$ pour obtenir $\frac{7}{3}$?

105 Un cylindre a pour rayon 5 cm et pour hauteur 14 cm.

Une boule a pour rayon 5 cm.

Quelle hauteur d'eau maximum h , en cm, le cylindre doit-il contenir pour que, en plongeant la boule dans ce récipient, l'eau ne déborde pas ?



*****CORRECTION DES EXERCICES*****

Résolution d'équations

18 (A) ①, (B) ④ ou ②, (C) ③, (D) ②

19 $-6 \times \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{12}{3} = 4$ et $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ donc $-\frac{2}{3}$

est solution des équations $-6x = 4$ et $x^2 = 9$.

$\frac{3}{2} \times \left(-\frac{2}{3}\right) = -1$ donc $-\frac{2}{3}$ n'est pas solution de

l'équation $\frac{3}{2}x = 1$.

20 L'équation $(x^2 - 7)(x - 1) = 0$ convient : elle admet $-\sqrt{7}$, 1 et $\sqrt{7}$ comme solutions.

31 a) $(2x - 1)(x + 3) - (2x - 1)(3x - 1) = 0$ équivaut à $(2x - 1)(x + 3 - (3x - 1)) = 0$, c'est-à-dire

$(2x - 1)(-2x + 4) = 0$, soit $x = \frac{1}{2}$ ou $x = 2$.

$\mathcal{S} = \left\{\frac{1}{2}; 2\right\}$.

b) $(x - 2)(x + 3) = (x - 5)(x + 1)$ équivaut à $x^2 + x - 6 = x^2 - 4x - 5$, c'est-à-dire $5x = 1$, soit

$x = \frac{1}{5}$. $\mathcal{S} = \left\{\frac{1}{5}\right\}$.

c) $5x^2 = 3x$ équivaut à $5x^2 - 3x = 0$, c'est-à-dire $x(5x - 3) = 0$, soit $x = 0$ ou $x = \frac{3}{5}$. $\mathcal{S} = \left\{0; \frac{3}{5}\right\}$.

d) $(x - 1)^2 - (x - 2)^2 = 0$

équivaut à $x^2 - 2x + 1 - x^2 + 4x - 4 = 0$

c'est-à-dire $2x - 3 = 0$ soit $x = \frac{3}{2}$.

$\mathcal{S} = \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

d) Pour $x \neq 2$, $\frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = 0$ équivaut à

$x + 2 = 0$, c'est-à-dire $x = -2$. $\mathcal{S} = \{-2\}$.

29 $f(x) = 0$ équivaut à $(x - 12)(3x + 2) = 0$, c'est-à-dire $x = 12$ ou $x = -\frac{2}{3}$.

Donc l'affirmation d'Alban est fausse.

21 a) $4x = \frac{1}{3}$ équivaut à $x = \frac{1}{12}$. $\mathcal{S} = \left\{\frac{1}{12}\right\}$.

b) $\frac{2}{5}x = 3$ équivaut à $x = \frac{15}{2}$. $\mathcal{S} = \left\{\frac{15}{2}\right\}$.

c) $\frac{3}{7}x = \frac{2}{9}$ équivaut à $x = \frac{14}{27}$. $\mathcal{S} = \left\{\frac{14}{27}\right\}$.

23 a) $\mathcal{S} = \{-3; -2\}$

b) $\mathcal{S} = \{-4; 4\}$

c) $\mathcal{S} = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right\}$

d) $\mathcal{S} = \left\{-1; 0; \frac{1}{2}\right\}$

25 a) Pour $x \neq 2$, $\frac{2x + 1}{x - 2} = 0$ équivaut à

$2x + 1 = 0$ c'est-à-dire $x = -\frac{1}{2}$. $\mathcal{S} = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.

$x - 2 = 0$ équivaut à $x = 2$. On résout donc chaque équation dans $\mathbb{R} - \{2\}$.

b) Pour $x \neq 2$, $\frac{(4x - 5)^2}{x - 2} = 0$

équivaut à $(4x - 5)^2 = 0$,

c'est-à-dire $4x - 5 = 0$, soit $\frac{5}{4}$. $\mathcal{S} = \left\{\frac{5}{4}\right\}$.

c) Pour $x \neq 2$, $\frac{(x - 5)(x + 6)}{x - 2} = 0$

équivaut à $(x - 5)(x + 6) = 0$, c'est-à-dire $x - 5 = 0$ ou $x + 6 = 0$, soit $x = 5$ ou $x = -6$. $\mathcal{S} = \{-6; 5\}$

27 L'affirmation de Hanna est correcte et permet d'invalider l'affirmation de Victor.

$x^2 - 5x = 0$ équivaut à $x(x - 5) = 0$, soit $x = 0$ ou $x = 5$.

35 1. a) $(x-2)^2 = 9$ équivaut à $x-2 = \sqrt{9}$ ou $x-2 = -\sqrt{9}$, c'est-à-dire $x-2 = 3$ ou $x-2 = -3$.

b) $x-2 = 3$ ou $x-2 = -3$ équivaut à $x = 5$ ou $x = -1$.

$$\mathcal{S} = \{-1; 5\}.$$

2. a) Pour tout nombre réel x ,

$$(x-2)^2 - 9 = (x-2)^2 - 3^2 = (x+1)(x-5).$$

b) $(x-2)^2 = 9$ équivaut à $(x-2)^2 - 9 = 0$, c'est-à-dire $(x+1)(x-5) = 0$, soit $x = -1$ ou $x = 5$.

$$\mathcal{S} = \{-1; 5\}.$$

66 a) $x \in [0; 8]$

b) $BM = 8 - x$

67

	Âge du fils	Âge de la mère
Aujourd'hui	x	$x + 30$
Dans 5 ans	$x + 5$	$x + 35$

La situation peut être modélisée par l'équation $x + 35 = 2(x + 5)$.

Donc l'équation $x + 30 = 2(x + 5)$ n'est pas correcte.

68 a) On note x , $x + 1$ et $x + 2$ les trois nombres entiers naturels consécutifs cherchés.

Le problème posé se traduit par l'équation :

$$x + x + 1 + x + 2 = 2019.$$

b) $3x + 3 = 2019$ équivaut à $x = 672$.

672 673 et 674 sont les seuls nombres entiers consécutifs dont la somme est égale à 2 019.

70 On note x le nombre d'années (avec $x \geq 0$) avant que l'âge du père soit égal à la somme des âges des trois enfants.

Le problème posé se traduit par l'équation :

$$41 + x = 6 + x + 9 + x + 21 + x.$$

L'équation est équivalente à $x = 7$.

Dans 7 ans l'âge du père sera égal à la somme des âges des trois enfants.

71 a) Le problème posé se traduit par l'équation :

$$\frac{3 \times 14 + 2 \times 17 + 1 \times 18 + 2 \times 16 + 2 \times x}{3 + 2 + 1 + 2 + 2} = 16,$$

$$\text{c'est-à-dire } \frac{126 + 2x}{10} = 16.$$

b) $\frac{126 + 2x}{10} = 16$ équivaut à $126 + 2x = 160$, soit $x = 17$.

Laure doit donc obtenir 17 au dernier contrôle pour avoir une moyenne trimestrielle de 16 en SVT.

72 a) L'aire du triangle ABM est égale à $\frac{AB \times AM}{2}$, c'est-à-dire $\frac{6x}{2}$.

L'aire du triangle MCD est égale à $\frac{CD \times DM}{2}$, c'est-à-dire $\frac{3(4-x)}{2}$. Le problème peut donc se traduire par

$$\text{l'équation : } \frac{6x}{2} = \frac{3(4-x)}{2}.$$

b) $\frac{6x}{2} = \frac{3(4-x)}{2}$ équivaut à $6x = 3(4-x)$, soit $x = \frac{4}{3}$.

Lorsque M est situé à une distance $\frac{4}{3}$ du point A, sur [AD], les aires des triangles ABM et MCD sont égales et c'est la seule possibilité.

104 On note x le nombre entier cherché.

Le problème posé se traduit par l'équation $\frac{3+x}{7+x} = \frac{7}{3}$.

$\frac{3+x}{7+x} = \frac{7}{3}$ équivaut à $9 + 3x = 49 + 7x$, soit $x = -10$.

Il n'y a qu'un seul entier qui répond au problème posé : -10 . On peut vérifier que $\frac{3-10}{7-10} = \frac{-7}{-3} = \frac{7}{3}$.

105 On note V_B , V_C et V_E les volumes respectifs de la boule, du cylindre et de l'eau dans le cylindre.

$V_B = \frac{4}{3}\pi \times 5^3$, $V_C = \pi \times 5^2 \times 14$ et $V_E = \pi \times 5^2 \times h$.

Le problème posé se traduit par l'inéquation :

$V_B + V_E \leq V_C$, c'est-à-dire

$$\frac{4}{3}\pi \times 5^3 + \pi \times 5^2 \times h \leq \pi \times 5^2 \times 14,$$

soit $\frac{4}{3} \times 5 + h \leq 14$, ce qui équivaut à $h \leq \frac{22}{3}$.

Finalement la hauteur d'eau maximum afin que celle-ci ne déborde pas lorsqu'on plonge la boule dans le cylindre est $\frac{22}{3}$ cm.

II – Résolution d'inéquation du premier degré

2

Inéquations

Les responsables d'une salle de sport proposent deux formules à l'année :

Abonnement	Plateau de musculation	Cours de fitness
Pack A	312 €	3 €/séance
Pack B	216 €	5 €/séance

Lamia souhaite s'inscrire et envisage d'effectuer 2 séances de fitness par mois.

Combien paiera-t-elle au total si elle choisit : **a)** le pack A ? **b)** le pack B ?

Maxence souhaite aussi s'inscrire. On se propose de conseiller Maxence sur le choix du pack le plus économique. On note x le nombre de cours de fitness qu'il envisage de suivre.

a) Exprimer, en fonction de x , le montant total $A(x)$ que Maxence règlera s'il choisit le pack A.

b) Exprimer, en fonction de x , le montant total $B(x)$ que Maxence règlera s'il choisit le pack B.

c) Déterminer trois valeurs de x vérifiant l'inégalité $312 + 3x < 216 + 5x$ et en donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

d) Tabuler à l'aide de la calculatrice les fonctions $x \mapsto 312 + 3x$ et $x \mapsto 216 + 5x$, avec des nombres entiers positifs, et conjecturer toutes les valeurs de x vérifiant l'inégalité $312 + 3x < 216 + 5x$.

Lorsqu'on détermine tous les nombres réels qui vérifient $312 + 3x < 216 + 5x$, on dit que l'on résout une **inéquation**.



78 Résoudre une inéquation du 1^{er} degré

a) Voici la production de Susana qui devait résoudre l'inéquation $-2x + 3 \leq 4x + 1$.

$$\begin{array}{l} -2x + 3 \leq 4x + 1 \text{ soit } -2x - 4x \leq 1 - 3 \\ -6x \leq -2 \text{ c'est-à-dire } x \leq \frac{-2}{-6} \end{array}$$

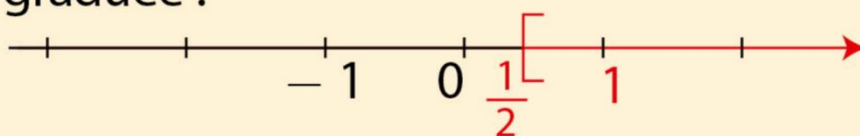
Corriger les erreurs entourées en rouge et conclure.

b) Résoudre l'inéquation $-6x + 3 \geq -3x + 1$.

AIDE

On divise chaque membre d'une inégalité par un nombre non nul : s'il est positif, on ne change pas le sens de l'inégalité, s'il est négatif, on change le sens.

50 Romane a représenté l'ensemble des solutions de l'inéquation $-2x + 1 \geq 0$ à l'aide d'une droite graduée :



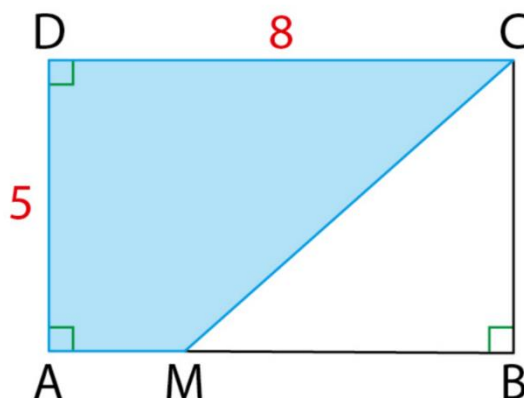
Que penser de cette représentation ?

51 Résoudre dans $\mathbb{R}$ chaque inéquation et représenter l'ensemble des solutions sur une droite graduée.

a) $2x - 8 \leq -3x - 10$ b) $-6x + 1 > 4x + 9$

73 ABCD est un rectangle tel que $AB = 8$ et $AD = 5$.
M est un point mobile du côté $[AB]$.

Pour quelle position du point M l'aire du trapèze AMCD est-elle supérieure ou égale au triple de l'aire du triangle BCM ?



82 Le montant à payer pour une facture annuelle de gaz se calcule en ajoutant l'abonnement au prix du nombre de kilowattheure (kWh) consommés. Deux fournisseurs de gaz proposent les tarifs suivants :

	Abonnement	Prix du kWh
Fournisseur A	268,36	0,059
Fournisseur B	212,44	0,061

Dans l'algorithme ci-contre, x représente le nombre de kWh consommés.

a) Recopier et compléter cet algorithme afin qu'il affiche le nom du fournisseur le moins cher selon la consommation de gaz.

b) Déterminer algébriquement la consommation minimum pour laquelle le tarif du fournisseur A est le plus avantageux.

```

a ← 268,36 + 0,059x
b ← 
Si  alors
    Afficher "Les deux fournisseurs sont au même prix"
sinon
    Si  alors
        Afficher "Le fournisseur A est plus avantageux"
    sinon
        Afficher ""
    Fin Si
Fin Si

```


117 Algo Relier inéquation et programmation

Raisonner Calculer

Un ticket de tramway coûte 1,30 € sans abonnement.

Avec un abonnement annuel de 29 €, le même trajet ne coûte que 1 €.

```
1 def S(x):  
2     s=1.3*x  
3     return s  
4  
5 def A(x):  
6     a=29+x  
7     return a
```

a) Deux fonctions **S** et **A** écrites en langage Python figurent ci-dessus.

Écrire un programme en langage Python, reprenant ces deux fonctions, qui calcule et affiche le nombre minimum de trajets à partir duquel l'abonnement est intéressant. Saisir et exécuter ce programme.

b) Retrouver ce résultat en résolvant une inéquation.

*****CORRECTION DES EXERCICES*****

Résolution d'inéquation du premier degré

2 Inéquations

1 a) $312 + 3 \times 2 \times 12 = 384$. Donc Lamia paiera 384 € avec le pack A.

b) $216 + 5 \times 2 \times 12 = 336$. Donc Lamia paiera 336 € avec le pack B.

2 a) $A(x) = 312 + 3x$.

b) $B(x) = 216 + 5x$.

c) $x = 60$ ou $x = 72$ ou $x = 84$ vérifient $312 + 3x < 216 + 5x$.

Maxence paiera moins cher avec le pack A si il prend 60, 72 ou 84 leçons.

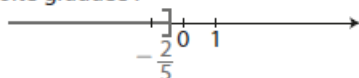
d) En tabulant à l'aide d'une calculatrice les fonctions $x \mapsto 312 + 3x$ et $x \mapsto 216 + 5x$, avec les nombres entiers naturels, on conjecture que pour $x > 48$, $312 + 3x < 216 + 5x$.

50 $-2x + 1 \geq 0$ équivaut à $x \leq \frac{1}{2}$. Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation $-2x + 1 \geq 0$ est $\left]-\infty; \frac{1}{2}\right]$.

La représentation de Romane n'est donc pas correcte.

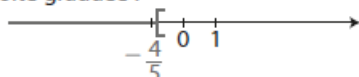
51 a) $2x - 8 \leq -3x - 10$ équivaut à $5x \leq -2$ soit $x \leq -\frac{2}{5}$.

Représentation de l'ensemble des solutions à l'aide d'une droite graduée :



b) $-6x + 1 > 4x + 9$ équivaut à $-10x > 8$ soit $x < -\frac{4}{5}$.

Représentation de l'ensemble des solutions à l'aide d'une droite graduée :



78 a) L'inégalité doit être inversée car chaque membre de l'inéquation $-6x \leq -2$ est divisé par -6 qui est négatif. De plus le dénominateur de la fraction est -6 . D'où $x \geq \frac{-2}{-6}$,
C'est-à-dire $x \geq \frac{1}{3}$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation est

$$\mathcal{S} = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right[.$$

b) $-6x + 3 \geq -3x + 1$ équivaut à $x \leq \frac{2}{3}$.

$$\mathcal{S} = \left]-\infty; \frac{2}{3}\right].$$

73 On note x la longueur AM, avec $0 \leq x \leq 8$.

L'aire du trapèze AMCD est égale à $\frac{5(8+x)}{2}$.

L'aire du triangle BCD est égale à $\frac{5(8-x)}{2}$.

Le problème posé se traduit par l'inéquation :

$$\frac{5(8+x)}{2} \geq 3 \times \frac{5(8-x)}{2}.$$

$$\frac{5(8+x)}{2} \geq 3 \times \frac{5(8-x)}{2}$$

équivaut à $40 + 5x \geq 120 - 15x$, soit $x \geq 4$.

L'aire de AMCD est supérieure ou égale au triple de l'aire de BCM si, et seulement si, le point M situé sur $[AB]$ est tel que $AM \geq 4$.

82 a) Case rouge : $212,44 + 0,061x$.

Case bleue : $a = b$. Case verte : $a < b$.

Case noire : Le fournisseur B est plus avantageux.

b) On résout l'inéquation :

$$268,36 + 0,059x < 212,44 + 0,061x,$$

c'est-à-dire $55,92 < 0,002x$ soit $x > 27\,960$.

Le fournisseur A est plus avantageux à partir de 27 960 kWh consommés.

117 a)

```
1 def S(x):
2     s=1.3*x
3     return s
4
5 def A(x):
6     a=29+x
7     return a
8
9 x=0
10 while A(x)>=S(x):
11     x=x+1
12 print(x)
```

On obtient :

```
>>>
97
```

b) On note x le nombre de trajets effectués (avec x un nombre entier naturel).

Le problème posé se traduit par l'inéquation $29 + x < 1,3x$.

$29 + x < 1,3x$ équivaut à $x > \frac{290}{3}$, soit $x \geq 97$ puisque x est un nombre entier naturel.

L'abonnement est intéressant à partir de 97 trajets.