

66 Utiliser des taux d'évolution

Un magasin propose des jeans à 48 € et des pulls à 35 €.

a) Le directeur décide de réduire de 15 % le prix des jeans.

Recopier et compléter :

« Diminuer le prix de 15 % revient à multiplier ce prix par $1 - \frac{15}{100}$. »

En déduire le prix d'un jean après réduction.

b) Le directeur décide d'augmenter de 15 % le prix des pulls. Calculer le nouveau prix des pulls.

AIDE

On remplace $1 - \frac{15}{100}$ par son écriture décimale pour calculer le nouveau prix.

67 Calculer un taux d'évolution

1. Le loyer mensuel d'un studio est passé de 850 € à 918 €.

a) Quelle est la valeur initiale V_0 ? Quelle est la valeur finale V_1 ?

b) Calculer la variation absolue $V_1 - V_0$.

c) Calculer le taux d'évolution $\frac{V_1 - V_0}{V_0}$. Donner son écriture décimale, puis l'exprimer en pourcentage.

2. Procéder de même pour calculer le taux d'évolution, en pourcentage, du loyer mensuel d'un appartement de deux pièces, passé de 1 200 € à 1 140 €.

AIDE

2. Ici, le taux d'évolution est un nombre négatif. Il correspond à une baisse du loyer entre les valeurs V_0 et V_1 .

Questions Flash

31 Le prix P d'un objet augmente de 15 %.

On note P' le nouveau prix.

Quelle affirmation est correcte ?

- (1) $P' = P + 15 \text{ €}$ (2) $P' = P \times \frac{15}{100}$
 (3) $P' = P \times \left(1 + \frac{15}{100}\right)$ (4) $P' = 1,015P$

35 Déterminer le coefficient multiplicateur correspondant à :

- a) une augmentation de 8 % ;
- b) une diminution de 12 % ;
- c) une diminution de 5 %.

37 Pierre profite du Black Friday pour acheter un blouson. Il achète le moins cher de ces deux modèles. Quel blouson choisit-il ? Quel est son prix ?



39 Le jour de la rentrée 2019, le proviseur d'un lycée annonce : « Cette année, nous avons eu 189 élèves reçus au baccalauréat, soit une progression de 8 % par rapport à l'année précédente. » Combien de lycéens avaient eu leur baccalauréat en 2018 dans cet établissement ?

43 En septembre 2000, la superficie minimum de la banquise arctique était de 6,32 millions de km^2 . Elle n'était plus que de 4,59 millions de km^2 en septembre 2018.



De quel pourcentage la superficie de la banquise arctique a-t-elle diminué entre septembre 2000 et septembre 2018 ?

Arrondir au centième.

38 L'inflation est une hausse générale et durable des prix. En France, le taux d'inflation a été de 1,9 % en 2018. Voici un relevé de plusieurs prix.

	Fin 2017	Fin 2018
Boule de pain	1,10 €	1,20 €
Place de cinéma	9,90 €	10 €
Carnet de 10 tickets de bus	14,80 €	15,10 €

La hausse du prix de chaque article est-elle conforme à l'inflation ?

102 Étudier des propositions

Chercher Raisonner Communiquer

Amandine possède un terrain rectangulaire.

Lors d'un projet de remembrement, on lui soumet trois propositions de modification des dimensions de son terrain.

- **Proposition 1** : on augmente la longueur du terrain de 30 % et on diminue la largeur de 30 %.
- **Proposition 2** : on diminue la longueur du terrain de 15 % et on augmente la largeur de 20 %.
- **Proposition 3** : on augmente la longueur du terrain de 25 % et on diminue la largeur de 20 %.

Quelle est la proposition qui lui procurera un nouveau terrain d'aire la plus grande possible ?

Justifier.

46 Le prix d'un objet subit une hausse de 10 % puis une nouvelle hausse de 20 %.

On note CM le coefficient multiplicateur global.

Quelle affirmation est correcte ?

(1) $CM = 0,1 \times 0,2$

(2) $CM = 1,1 \times 1,2$

(3) $CM = 1,1 + 1,2$

(4) $CM = 1,3$

49 Au printemps 2018, le prix moyen du kilogramme de carottes a subi une hausse de 40 % puis une nouvelle hausse de 18 %.

a) Calculer le coefficient multiplicateur global.

b) Quel pourcentage de hausse globale a subi ce prix ?

7 Le nombre de paniers bio de fruits et légumes remis à des abonnés a subi une hausse de 12 % du 1^{er} au 30 juin 2019, puis une baisse de 15 % du 1^{er} au 31 juillet 2019.



Quel a été le taux d'évolution global du nombre de ces paniers entre le 1^{er} juin et le 31 juillet 2019 ?

54 Voici l'évolution du nombre de demandeurs d'emploi en France métropolitaine au cours des trois premiers trimestres de l'année 2018. (source : Dares)

	T1	T2	T3
Nombre de demandeurs d'emploi	-1 %	+ 0,1 %	+0,4 %

Calculer le taux d'évolution global sur ces trois trimestres. Arrondir au dixième.

84 Voici l'étiquette d'un sac à dos.

a) Calculer le taux de réduction global du prix de ce sac.

b) En déduire le prix, en euro, du sac avant les deux démarques.

Arrondir au centième.



89 En supposant que le gazon d'une pelouse grandit de 5 % par jour, quel sera le pourcentage d'augmentation de



sa hauteur en deux semaines ? *Arrondir à l'unité.*

98 Implication

Pour chaque implication, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant. Corriger les implications fausses.

a) Si Marlène a passé 12,5 % d'une journée devant un écran, dont 80 % de ce temps sur son smartphone, alors elle a passé 2 h 40 min devant l'écran de son smartphone.

b) Si Guillaume gagne 25 % de plus que Maud, alors Maud gagne 20 % de moins que Guillaume.

c) Si une augmentation de 10 % d'un salaire l'augmente de 200 €, alors une augmentation de 5 % l'aurait augmenté de 100 €.

d) Si le prix d'un stylo augmente de 2 % et que Zoran en achète 6, alors il paiera 12 % de plus qu'avant l'augmentation.

e) Si l'on augmente deux fois de suite le prix d'une pizza de 50 %, alors le prix de cette pizza aura doublé.

55 On note CM le coefficient multiplicateur d'une évolution et CM' le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque.

Quelle affirmation est correcte ?

(1) $CM' = 1 - CM$

(2) $CM' = 1 + CM$

(3) $CM' = \frac{1}{CM}$

(4) $\frac{CM'}{CM} = 1$

9 La production de sel d'un paludier a baissé de 20 % au cours de l'année 2018.

De quel pourcentage doit-elle augmenter en 2019 pour retrouver sa valeur initiale ?



57 a) Recopier et compléter ce tableau, où CM désigne le coefficient multiplicateur d'une évolution.

	❶	❷	❸	❹
CM	1,6	0,8	5	0,25
Inverse de CM				

b) Utiliser la colonne ❶ du tableau ci-dessus pour calculer le taux de l'évolution de coefficient multiplicateur 1,6 et le taux d'évolution réciproque.

c) Déterminer le taux d'évolution réciproque :

- d'une diminution de 20 % ;
- d'une augmentation de 400 % ;
- d'une diminution de 75 %.

59 Le 24 octobre 2018, le NASDAQ, l'un des principaux indices boursiers américains, a baissé de 4,51 %. Quel aurait dû être son taux d'évolution en pourcentage le 25 octobre pour qu'il retrouve sa valeur du 23 octobre ? *Arrondir au centième.*

91 Dans chaque cas, déterminer la valeur de t .

a) La fréquentation d'une salle de cinéma a baissé de 20 %, puis de t %. Au total, elle a diminué de 32 %.

b) Le prix d'une place de manège a baissé de 20 %, puis augmenté de t %, pour revenir à son tarif initial.

95 Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse.

a) Un prix a subi une augmentation de 50 %. Pour revenir au prix antérieur à cette augmentation, il faut multiplier le nouveau prix par $\frac{2}{3}$.

b) Un prix a subi une diminution de 50 %. Pour revenir au prix antérieur à cette diminution, il faut diviser le nouveau prix par $\frac{2}{3}$.

*****CORRECTION DES EXERCICES*****

66 a) Diminuer le prix de 15 % revient à multiplier ce prix par $1 - \frac{15}{100}$.

$$\left(1 - \frac{15}{100}\right) \times 48 \text{ €} = 0,85 \times 48 \text{ €} = 40,80 \text{ €}$$

Après réduction, le prix des jeans est 40,80 €.

b) $\left(1 + \frac{15}{100}\right) \times 35 \text{ €} = 1,15 \times 35 \text{ €} = 40,25 \text{ €}$

Après augmentation, le prix des pulls est 40,25 €.

67 1. a) $V_0 = 850 \text{ €}$; $V_1 = 918 \text{ €}$.

b) $V_1 - V_0 = 918 \text{ €} - 850 \text{ €} = 68 \text{ €}$.

La variation absolue du loyer est 68 €.

c) $\frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{68}{850} = 0,08$ et $0,08 \times 100 = 8$

Le loyer a augmenté de 8 %.

2. a) $V_0 = 1200 \text{ €}$; $V_1 = 1140 \text{ €}$.

b) $V_1 - V_0 = 1140 \text{ €} - 1200 \text{ €} = -60 \text{ €}$.

c) $\frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{-60}{1200} = -0,05$ et $-0,05 \times 100 = -5$

Le loyer a baissé de 5 %.

31 L'affirmation **(3)** est correcte.

En effet, $P' = P + \frac{15}{100} \times P = P \times \left(1 + \frac{15}{100}\right)$.

35 a) $CM = 1 + \frac{8}{100} = 1,08$

b) $CM = 1 - \frac{12}{100} = 0,88$

c) $CM = 1 - \frac{5}{100} = 0,95$

37 $\left(1 - \frac{15}{100}\right) \times 69 \text{ €} = 58,65 \text{ €}$

$\left(1 - \frac{20}{100}\right) \times 73 \text{ €} = 58,40 \text{ €}$

$58,40 \text{ €} < 58,65 \text{ €}$ donc Pierre choisit le blouson de droite, qu'il paie 58,40 €.

39 On désigne par n le nombre de lycéens ayant eu leur baccalauréat en 2018 dans cet établissement.

On peut traduire la situation par la relation

$\left(1 + \frac{8}{100}\right) \times n = 189$ c'est-à-dire $1,08n = 189$.

Ainsi $n = \frac{189}{1,08} = 175$.

En 2018, 175 lycéens avaient eu leur baccalauréat dans cet établissement.

43 $\frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{4,59 - 6,32}{6,32} = -\frac{1,73}{6,32}$

soit $\frac{V_1 - V_0}{V_0} \approx -0,2737$.

Entre septembre 2000 et septembre 2018, la superficie de la banquise arctique a diminué d'environ 27,37 %.

38 Deux démarches possibles :

- on calcule le taux d'évolution de chaque prix en 2018 et on le compare au taux d'inflation ;
- on calcule chaque prix, fin 2018, avec une hausse conforme à l'inflation, puis on le compare à celui relevé.

Ci-après, on propose la première démarche.

• Boule de pain : $\frac{1,2 - 1,1}{1,1} \approx 0,09$.

Le prix d'une boule de pain a augmenté d'environ 9 % en 2018, soit une hausse beaucoup plus forte que l'inflation.

• Place de cinéma : $\frac{10 - 9,9}{9,9} \approx 0,0101$.

Le prix d'une place de cinéma a augmenté d'environ 1,01 % en 2018, soit une hausse inférieure à l'inflation.

• Carnet de 10 tickets de bus : $\frac{15,10 - 14,80}{14,80} \approx 0,020$.

Le prix d'un carnet de 10 tickets de bus a augmenté d'environ 2 % en 2018, ce qui est conforme à l'inflation.

102 On désigne par L et ℓ la longueur et la largeur du terrain, exprimées dans la même unité.

On désigne par A l'aire du terrain initial : $A = L \times \ell$.

- Avec la proposition 1, l'aire du terrain devient $L \times 1,3 \times \ell \times 0,7$ c'est-à-dire $0,91 \times L \times \ell$ soit $0,91 \times A$.

Elle diminue de 9 %.

- Avec la proposition 2, l'aire du terrain devient $L \times 0,85 \times \ell \times 1,2$ c'est-à-dire $1,02 \times L \times \ell$ soit $1,02 \times A$.

Elle augmente de 2 %.

- Avec la proposition 3, l'aire du terrain devient $L \times 1,25 \times \ell \times 0,8$ c'est-à-dire $1 \times L \times \ell$ soit A .

Elle reste la même.

- Conclusion : Amandine a intérêt à choisir la proposition 2.

46 L'affirmation (2) est correcte.

En effet, $1 + \frac{10}{100} = 1,1$ et $1 + \frac{20}{100} = 1,2$.

Le coefficient multiplicateur global est le produit des coefficients multiplicateurs, c'est-à-dire $CM = 1,1 \times 1,2$.

49 a) Le coefficient multiplicateur global est :

$$CM = \left(1 + \frac{40}{100}\right) \times \left(1 + \frac{18}{100}\right) = 1,4 \times 1,18 = 1,652$$

b) Le prix moyen du kilogramme de carottes a subi une hausse globale de 65,2 %.

7 Le taux d'évolution global t % vérifie :

$$1 + \frac{t}{100} = \left(1 + \frac{12}{100}\right) \times \left(1 - \frac{15}{100}\right).$$

Ainsi $1 + \frac{t}{100} = 1,12 \times 0,85 = 0,952$

soit $\frac{t}{100} = -0,048$.

Le nombre de paniers a diminué de 4,8 % entre le 1^{er} juin et le 31 juillet 2019.

54 Le taux d'évolution global t % vérifie :

$$1 + \frac{t}{100} = \left(1 - \frac{1}{100}\right) \times \left(1 + \frac{0,1}{100}\right) \times \left(1 + \frac{0,4}{100}\right)$$

c'est-à-dire $1 + \frac{t}{100} = 0,99 \times 1,001 \times 1,004$.

Ainsi $1 + \frac{t}{100} \approx 0,995$ soit $\frac{t}{100} \approx -0,005$.

Sur ces trois trimestres de 2018, le nombre de demandeurs d'emploi en France métropolitaine a diminué d'environ 0,5 %.

84 a) Le taux d'évolution global t % vérifie :

$$1 + \frac{t}{100} = \left(1 - \frac{40}{100}\right) \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 0,6 \times 0,9 = 0,54.$$

$$\text{Ainsi } \frac{t}{100} = -0,46.$$

Le taux de réduction global est -46 %.

b) On désigne par p le prix du sac, en euro, avant les deux démarques.

p vérifie la relation $0,54 \times p = 29,99$.

$$\text{Ainsi } p = \frac{29,99}{0,54} \text{ soit } p \approx 55,54.$$

Le prix du sac était d'environ $55,54$ € avant les deux démarques.

89 Deux semaines, c'est 14 jours ($2 \times 7 = 14$).

Le taux d'évolution global t % vérifie :

$$1 + \frac{t}{100} = \left(1 + \frac{5}{100}\right)^{14} = 1,05^{14}.$$

$$\text{Ainsi } 1 + \frac{t}{100} \approx 1,98 \text{ c'est-à-dire } \frac{t}{100} \approx 0,98.$$

La hauteur du gazon augmente d'environ 98 % en deux semaines.

98 a) Faux. En effet, on calcule 80 % de $12,5$ % d'une journée.

$$0,8 \times 0,125 \times 24 \text{ h} = 0,1 \times 24 \text{ h} = 2,4 \text{ h}$$

$$\text{Or, } 2,4 \text{ h} = 2 \text{ h} + \frac{4}{10} \times 60 \text{ min} = 2 \text{ h } 24 \text{ min}$$

Marlène a passé 2 h 24 min devant l'écran de son smartphone, et non 2 h 40 min.

b) Vrai. En effet, si l'on désigne par g et m les gains respectifs de Guillaume et de Maud, on peut traduire l'information « Guillaume gagne 25 % de plus que Maud » par la relation $g = \left(1 + \frac{25}{100}\right) \times m$ c'est-à-dire $g = 1,25 m$.

$$\text{Alors } m = \frac{g}{1,25} = \frac{1}{1,25} g = 0,8 g.$$

Or, $0,8 = 1 - \frac{20}{100}$; Maud gagne bien 20 % de moins que Guillaume.

c) Vrai. En effet, en désignant par S le salaire, en euro, on peut traduire l'information « Une augmentation de 10 % du salaire l'augmente de 200 € » par la relation :

$$\frac{10}{100} \times S = 200 \text{ €}.$$

En divisant par 2 les deux membres de l'égalité, on obtient $\frac{5}{100} \times S = 100 \text{ €}$, ce qu'on peut traduire par : « Une augmentation de 5 % du salaire l'augmente de 100 € ».

d) Faux. En effet, si l'on désigne par p le prix initial d'un stylo, en euro, alors le prix de 6 de ces stylos est $6p$.

Après augmentation, le prix d'un stylo est $\left(1 + \frac{2}{100}\right) \times p$ c'est-à-dire $1,02p$ et le prix de 6 de ces stylos est $6,12p$ soit $1,02 \times 6p$ donc le taux d'évolution du prix des 6 stylos est encore 2 %.

Zoran paiera 2 % de plus qu'avant l'augmentation, et non 12 %.

e) Faux. En effet, $\left(1 + \frac{50}{500}\right) \times \left(1 + \frac{50}{100}\right) = 2,25$.

Le prix d'une pizza est multiplié par 2,25 et non par 2.

55 L'affirmation **(3)** est correcte.

En effet, CM' est l'inverse de CM .

9 Le taux d'évolution réciproque $t' \%$ vérifie :

$$1 + \frac{t'}{100} = \frac{1}{1 - \frac{20}{100}} = \frac{1}{0,8} = 1,25.$$

Ainsi $\frac{t'}{100} = 0,25$.

En 2019, la production de sel doit augmenter de 25 % pour retrouver sa valeur initiale.

57 a) $\frac{1}{1,6} = 0,625$; $\frac{1}{0,8} = 1,25$; $\frac{1}{5} = 0,2$; $\frac{1}{0,25} = 4$.

Voici le tableau complété.

	①	②	③	④
CM	1,6	0,8	5	0,25
Inverse de CM	0,625	1,25	0,2	4

b) • Le taux d'évolution t % vérifie :

$$1 + \frac{t}{100} = 1,6.$$

Ainsi $\frac{t}{100} = 0,6$. Il s'agit d'une augmentation de 60 %.

• Le taux d'évolution réciproque t' % vérifie :

$$1 + \frac{t'}{100} = 0,625 \text{ soit } \frac{t'}{100} = -0,375.$$

L'évolution réciproque est une diminution de 37,5 %.

c) • $CM = 1 - \frac{20}{100} = 0,8$ donc le coefficient multiplicateur réciproque est 1,25 (colonne 2 du tableau).

$1,25 - 1 = 0,25$ donc l'évolution réciproque d'une diminution de 20 % est une augmentation de 25 %.

• $CM = 1 + \frac{400}{100} = 5$ donc le coefficient multiplicateur réciproque est 0,2 (colonne 3 du tableau).

$0,2 - 1 = -0,8$ donc l'évolution réciproque d'une augmentation de 400 % est une diminution de 80 %.

• $CM = 1 - \frac{75}{100} = 0,25$ donc le coefficient multiplicateur réciproque est 4 (colonne 4 du tableau).

$4 - 1 = 3$ donc l'évolution réciproque d'une diminution de 75 % est une augmentation de 300 %.

59 Le taux d'évolution réciproque t' % vérifie :

$$1 + \frac{t'}{100} = \frac{1}{1 - \frac{4,51}{100}} = \frac{1}{0,9549}$$

$$\text{c'est-à-dire } 1 + \frac{t'}{100} \approx 1,0472.$$

$$\text{Ainsi } \frac{t'}{100} \approx 0,0472.$$

Pour qu'il retrouve sa valeur du 23 octobre, le Nasdaq aurait dû augmenter d'environ 4,72 %.

91 a) Le taux t % cherché vérifie :

$$\left(1 - \frac{20}{100}\right) \times \left(1 + \frac{t}{100}\right) = 1 - \frac{32}{100}$$

$$\text{c'est-à-dire } 0,8 \times \left(1 + \frac{t}{100}\right) = 0,68.$$

$$\text{Ainsi } 1 + \frac{t}{100} = \frac{0,68}{0,8} = 0,85 \text{ soit } \frac{t}{100} = -0,15 \text{ ou } t = -15.$$

La seconde baisse de fréquentation de cette salle a été de 15 %.

b) Le taux t % cherché vérifie :

$$\left(1 - \frac{20}{100}\right) \times \left(1 + \frac{t}{100}\right) = 1$$

$$\text{c'est-à-dire } 0,8 \times \left(1 + \frac{t}{100}\right) = 1.$$

$$\text{Ainsi } 1 + \frac{t}{100} = \frac{1}{0,8} = 1,25 \text{ soit } \frac{t}{100} = 0,25 \text{ ou } t = 25.$$

Après la baisse de 20 %, le prix d'une place de cinéma a augmenté de 25 % pour revenir à son tarif initial.

95 a) Vrai. En effet, $1 + \frac{50}{100} = 1,5$ donc le prix a été multiplié par 1,5.

Or, $1,5 \times \frac{2}{3} = \frac{1,5 \times 2}{3} = \frac{3}{3} = 1$; le nombre $\frac{2}{3}$ est bien l'inverse de 1,5.

b) Faux. En effet, voici un contre-exemple.

Si un objet coûte 100 €, son nouveau prix est $100 \text{ €} \times 0,5$ c'est-à-dire 50 €. En divisant ce nouveau

prix par $\frac{2}{3}$, on obtient : $50 \text{ €} : \frac{2}{3} = 50 \text{ €} \times \frac{3}{2} = 75 \text{ €}$.

L'objet n'a pas retrouvé son prix initial.
