1ère EDS	Fonction paire et fonction impaire

Soit f une fonction définie sur un ensemble D, de courbe représentative C_f.

a) Définitions

Une fonction f est **paire** lorsque pour tout réel x de son ensemble de définition D_f ,

$(-x)$ appartient à D_f et $\boldsymbol{f(-x) = f(x)}$

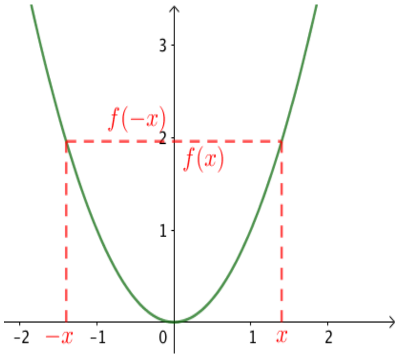
C_f est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

Une fonction f est **impaire** lorsque pour tout réel x de son ensemble de définition D_f ,

$(-x)$ appartient à D_f et $\boldsymbol{f(-x) = -f(x)}$

C_f est symétrique par rapport à l'origine du repère.

b) Exemples :

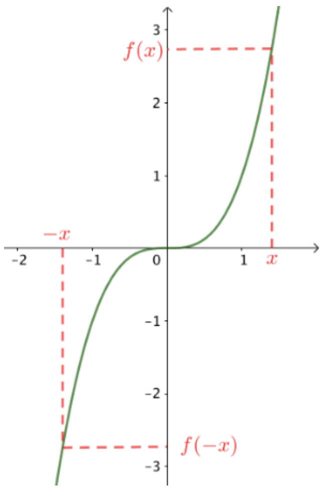


La fonction carré (représentée ci-contre) est une fonction paire.

En effet : **on a bien** $\boldsymbol{x \in \mathbb{R}}$ $\boldsymbol{et}$ $\boldsymbol{(-x) \in \mathbb{R}}$

$f(x) = x^2$, d'où : $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = \boldsymbol{f(x)}$ on a bien f paire.

Lorsqu'on trace la fonction carrée, on constate que sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.



- La fonction cube (représentée ci-contre) est une fonction impaire.

En effet : on a bien $x \in \mathbb{R}/\{0\}$ et $(-x) \in \mathbb{R}/\{0\}$

$f(x) = x^3$, on a : $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$ on a bien f impaire.

Lorsqu'on trace la fonction cube, on constate que sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'origine du repère.

Exercice :

1) Etudier la parité des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 3x^2 - 10$ sur $\mathbb{R}$

b) $f(x) = x^3 - 2x + 7$ sur $\mathbb{R}$

c) $f(x) = \dfrac{4}{x^3}$ sur $\mathbb{R}^*$

d) $f(x) = \dfrac{3}{x^2 - 4}$ sur $[-1\,;\,1]$

2)

f et g sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \sin^2(x) - 3\cos(x) \text{ et } g(x) = \sin(x)\cos(x).$$

Étudier la parité de chacune des fonctions f et g.