

|                                  |                                                |                                |
|----------------------------------|------------------------------------------------|--------------------------------|
| Mathématiques<br>2 <sup>nd</sup> | Chapitre 10 : Information chiffrée – Evolution | Probabilités -<br>Statistiques |
|----------------------------------|------------------------------------------------|--------------------------------|

### I – Taux d'évolution :

#### ☐ Définitions

Une grandeur évolue d'une valeur initiale  $V_I$  à une valeur finale  $V_F$ .

- La **variation absolue** de cette grandeur est :  $V_F - V_I$
- Le **taux d'évolution** ou variation relative est  $t = \frac{V_F - V_I}{V_I}$ .

Le taux d'évolution peut s'exprimer également en pourcentage.

#### Remarques :

Dans le langage courant, on dit qu'un prix a « baissé de 20 % » pour un taux d'évolution de  $-20\%$ .  
 $t$  peut donc être **positif (hausse)** ou **négatif (baisse)**.

#### ❖ Applications :

1) Lina place 1 000€ en Bourse. Elle se rend compte 15 jours plus tard que ses actions valent 1 032 €.

- Calculer la variation absolue de son investissement bancaire.

$$1\,032 - 1\,000 = 32 \quad \text{La variation absolue est de } + 32 \text{ €}.$$

- Calculer la variation relative exprimée en pourcentage, de son investissement.

$$t = \frac{1\,032 - 1\,000}{1\,000} = 0,032 \quad \text{ce qui donne } t = \frac{3,2}{100} = 3,2\% . \text{ La variation relative a été de } + 3,2\% .$$

On dit que l'augmentation a été de  $+ 3,2\%$  par rapport à l'investissement de départ.

2) En 1 h, le stock de vaccins du centre médical « Gardons l'Espoir » est passé de 270 doses à 180 doses.  
 Quel a été le pourcentage d'évolution du stock dans ce centre médical (arrondir à l'unité) ?

$$\text{On a } t = \frac{180 - 270}{270} \approx -0,33 \quad \text{ce qui donne } t = -\frac{0,33}{100} = -33\% , \text{ le stock a donc diminué de } - 33\% .$$

### II – Coefficient multiplicateur :

#### ☐ Définition/Méthode

- Pour augmenter ou diminuer une valeur de  $t\%$ , il faut la multiplier par  $1 + t$ .

Le nombre  $1 + t$  est appelés coefficient multiplicateur, notés  $C_m$ .

#### a) Propriété :

#### Remarques :

- si le coefficient multiplicateur est supérieur à 1 ( $t > 0$ ) il s'agit d'une augmentation.
- s'il est inférieur à 1 ( $t < 0$ ) il s'agit d'une diminution.

#### Démonstration :

D'après la définition du taux d'évolution  $t$ , pour  $V_0 \neq 0$ , on a :  $t = \frac{V_F - V_I}{V_I}$  ce qui équivaut à  
 $t \times V_I = V_F - V_I \Leftrightarrow V_F = V_I + t \times V_I = V_I \times (1 + t) = C_m \times V_I$ .

❖ Applications :

1) Exemple 1 : Cas d'une augmentation

Dans une entreprise, les salaires **ont été augmentés de 1,5 %** le 1<sup>er</sup> janvier 2022.

a) En décembre 2021, le salaire de M. Martin était de 1 900 €. Calculer son salaire en janvier 2022.

Une augmentation de 1,5% correspond à un coefficient  $Cm = 1 + \frac{1,5}{100} = 1,015$ .

$$V_F = 1\,900 \times 1,015 = 1\,928,50$$

Le nouveau salaire de M. Martin est de 1 928,50€.

$$\begin{array}{c} 1\,900 \text{ augmenté de } 1,5\% \rightarrow 1\,928,50 \\ \times 1,015 \\ \times \left(1 + \frac{1,5}{100}\right) \end{array}$$

b) En janvier 2022, le salaire de Mme Durand est de 1 664,60 €. Quel était son salaire en décembre 2021 ?

Une augmentation de 1,5% correspond à un coefficient  $Cm = 1,015$

$$V_F = 1,015 \times V_I \text{ d'où } V_I = \frac{V_F}{1,015} = \frac{1\,664,60}{1,015} = 1\,640 \text{ €}$$

En décembre 2021 son salaire était de 1 640 €.

$$\begin{array}{c} : \left(1 + \frac{1,5}{100}\right) \\ : 1,015 \\ 1\,640 \text{ augmenté de } 1,5\% \rightarrow 1\,664,60 \end{array}$$

2) Exemple 2 : Cas d'une diminution

A l'occasion des soldes, tous les prix d'un magasin **ont diminué de 30%**.

a) Le prix d'un polo était de 30 €, Quel est son prix soldé ?

Une diminution de 30% correspond à un coefficient  $Cm = 1 - \frac{30}{100} = 0,7$

$$V_F = 0,7 \times V_I = 30 \times 0,7 = 21 \text{ €}$$

Le prix soldé est de 21 €.

$$\begin{array}{c} 30 \text{ diminué de } 30\% \rightarrow 21 \\ \times 0,7 \\ \times \left(1 - \frac{30}{100}\right) \end{array}$$

b) Le prix soldé d'un sweat est de 35€. Quel était son prix initial avant les soldes ?

Une diminution de 30% correspond à un coefficient  $Cm = 1 - \frac{30}{100} = 0,7$

$$V_F = 0,7 \times V_I \text{ d'où } V_I = \frac{V_F}{0,7} = \frac{35}{0,7} = 50 \text{ €}$$

Son ancien prix était égal à 50 €.

$$\begin{array}{c} : \left(1 - \frac{30}{100}\right) \\ : 0,7 \\ 50 \text{ diminué de } 30\% \rightarrow 35 \end{array}$$

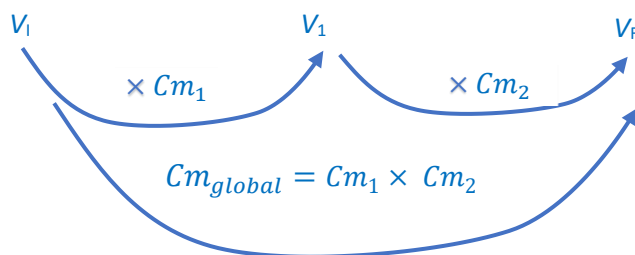
### III- Évolutions successives

#### □ Définition/Méthode

Lorsqu'une grandeur subit des évolutions successives alors le coefficient multiplicateur global est égal au produit des coefficients multiplicateurs de chaque évolution.

$$Cm_{global} = Cm_1 \times Cm_2$$

Dans le cas de deux évolutions successives, en nommant  $t_1$  le taux de la première évolution et  $t_2$  le taux de la deuxième évolution, alors la grandeur a subi une évolution globale de taux  $T$  tel que  $1 + T_{global} = (1 + t_1)(1 + t_2)$  ce qui équivaut à  $T_{global} = (1 + t_1)(1 + t_2) - 1$



#### ❖ Applications :

##### Exemple 1 :

En 2020, la boulangerie-pâtisserie *Aux délices* a augmenté ses ventes de 10%. En 2021, elle a diminué ses ventes de 5%.

Calculer le taux d'évolution des ventes sur les deux années.

Une augmentation de 10% correspond à un coefficient  $Cm = 1 + \frac{10}{100} = 1,1$ .

Une diminution de 5% correspond à un coefficient  $Cm = 1 - \frac{5}{100} = 0,95$ .

Le coefficient multiplicateur global est  $Cm_{global} = 1,1 \times 0,95 = 1,045$

$T_{global} = 1,045 - 1 = 0,045$  ce qui donne en pourcentage 4,5%

Le taux d'évolution des ventes sur les deux années est donc égal à 4,5 %.

##### Exemple 2 :

Un concessionnaire automobile fait une réduction de 10% sur le prix d'une voiture d'occasion. Un client négocie une remise supplémentaire de 5% (après la première remise de 10%).

Quel est le pourcentage de remise final obtenu ?

Une diminution de 10% correspond à un coefficient  $Cm = 1 - \frac{10}{100} = 0,9$ .

Une diminution de 5% correspond à un coefficient  $Cm = 1 - \frac{5}{100} = 0,95$ .

Le coefficient multiplicateur global de ses deux réductions :  $Cm_{global} = 0,9 \times 0,95 = 0,855$

$T_{global} = 0,855 - 1 = -0,145$  ce qui donne en pourcentage -14,5%

Le pourcentage de remise global a été de -14,5 %.

#### IV- Évolution réciproque

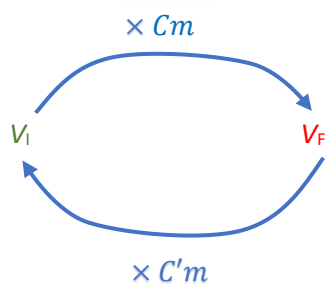
##### □ Définition-propriété

L'évolution réciproque d'une évolution est l'évolution qui permet de revenir à la valeur initiale.

On note  $c_m$  le coefficient multiplicateur associé à l'évolution d'une grandeur d'une valeur initiale  $v_I$  à une valeur finale  $v_F$ . On a donc :

$$v_F = v_I \times c_m \quad \text{et donc} \quad v_I = v_F \times \frac{1}{c_m}$$

Ainsi, le coefficient multiplicateur correspondant à l'évolution réciproque est  $c'_m = \frac{1}{c_m}$  et le taux réciproque est  $t' = c'_m - 1$



$$c'_m = \frac{1}{c_m} = \frac{1}{1+t} = 1+t'$$

##### ❖ Applications :

###### Exemple 1 :

Un magasin a des ventes en diminution de 8% sur l'année 2021.

Quel devrait être le pourcentage d'évolution sur l'année 2022 pour que les ventes retrouvent leur valeur initiale ? Arrondir le résultat au dixième.

Une diminution de 8% correspond à un coefficient  $Cm = 1 - \frac{8}{100} = 0,92$ .

Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque est égal à  $C'm = \frac{1}{0,92} \approx 1,087$

$$t' = 1,087 - 1 \approx 0,087 \approx 8,7\%$$

Pour que les ventes retrouvent leur valeur initiale, il faudrait qu'elles augmentent d'environ 8,7 % sur l'année 2022.

###### Exemple 2 :

La population d'un village a augmenté de 3% sur une année puis retrouve sa valeur initiale l'année suivante.

Quel est le pourcentage de baisse sur la 2<sup>e</sup> année ? Arrondir le résultat au centième.

Une augmentation de 3% correspond à un coefficient  $Cm = 1 + \frac{3}{100} = 1,03$ .

Le coefficient multiplicateur de l'évolution réciproque est égal à  $C'm = \frac{1}{1,03} \approx 0,9709$

$$t' = 0,9709 - 1 \approx -0,0291 \approx -2,91\%$$

Sur la 2<sup>e</sup> année, la population diminue d'environ 2,91%.