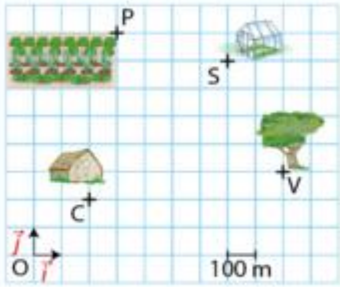
Activité 2 p 115

2 Coordonnées de vecteurs

Louise a reçu un plan simplifié du jardin public de sa ville.
Ce plan est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ (*unité* : 100 m).



1 **a)** Reproduire ce repère et placer les points C, V, S et P.
b) Louise se trouve à la cabane (C) et se dirige en ligne droite vers le vieil arbre (V). Tracer le vecteur $\overrightarrow{CV}$ de son déplacement.
On dit que le vecteur $\overrightarrow{CV}$ a pour **coordonnées** $(7 ; 1)$ dans la **base** $(\vec{i}, \vec{j})$.
c) Tracer le vecteur $\overrightarrow{VS}$. Quelles sont ses coordonnées ?

2 Louise pouvait se rendre directement de la cabane à la serre (S).
a) Tracer le vecteur $\overrightarrow{CS}$. Quelles sont ses coordonnées ?
b) Comment obtenir les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CS}$ à partir de celles des vecteurs $\overrightarrow{CV}$ et $\overrightarrow{VS}$?

3 Depuis la serre, Louise se rend au potager (P) puis revient sur ses pas.
a) Tracer le vecteur $\overrightarrow{SP}$ et donner ses coordonnées.
b) Tracer le vecteur $\overrightarrow{PS}$ et donner ses coordonnées.
On dit que ces deux vecteurs sont **opposés**.

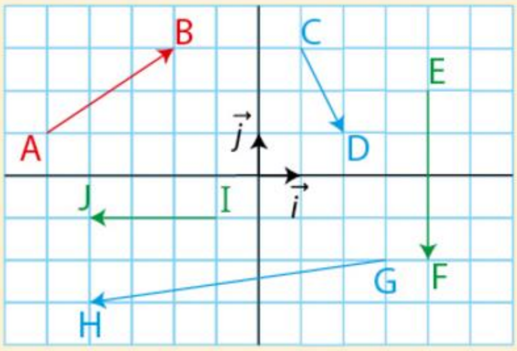
23 Construire le repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ et un représentant de chaque vecteur :

$$\vec{u}(1\,;3),\quad \vec{v}(-2\,;2),\quad \vec{w}(0\,;-2)$$

Choisir pour chaque représentant l'origine que l'on veut.

Questions flash

20 Lire les coordonnées de chacun des vecteurs représentés ci-dessous dans la base orthonormée $(\vec{i},\vec{j})$.



21 Dans chaque cas, calculer mentalement les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

a) $A(1\,;2)$ et $B(4\,;1)$ **b)** $A(-5\,;1)$ et $B(6\,;-2)$

c) $A(10\,;-5)$ et $B(10\,;0)$ **d)** $A\left(-\dfrac{1}{2}\,;1\right)$ et $B\left(\dfrac{1}{2}\,;1\right)$

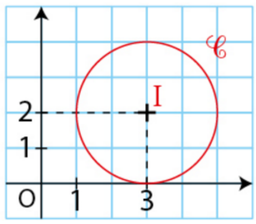
Exercice résolu 5 p 122

Dans un repère orthonormé, $\mathscr{C}$ est le cercle de centre $I(3\,;2)$ et de rayon 2.

1. a) A est le point de coordonnées $(4{,}7\,;3)$.
Calculer la distance IA.

b) Le point A appartient-il au cercle $\mathscr{C}$?

2. Le point $B(4\,;2+\sqrt{3})$ appartient-il au cercle $\mathscr{C}$?



Solution

1. a) $IA = \sqrt{(4{,}7-3)^2+(3-2)^2} = \sqrt{1{,}7^2+1^2} = \sqrt{3{,}89}$

b) $\mathscr{C}$ a pour rayon 2 et $IA \neq 2$ donc le point A n'appartient pas au cercle $\mathscr{C}$.

2. $IB = \sqrt{(4-3)^2+(2+\sqrt{3}-2)^2} = \sqrt{1^2+\sqrt{3}^2} = \sqrt{4} = 2$

La distance IB est égale au rayon de $\mathscr{C}$ donc le point B appartient au cercle $\mathscr{C}$.

Le cercle de centre I et de rayon r est l'ensemble des points M tels que $IM = r$.

30 $\mathscr{C}$ est le cercle de centre $I(1\,;\,2)$ et de rayon 5.
M est le point de coordonnées $(5\,;\,5)$.
a) Calculer la distance IM.
b) Le point M appartient-il au cercle $\mathscr{C}$?

31 $\mathscr{C}$ est le cercle de centre $I(1{,}8\,;\,-3{,}5)$ passant par le point $A(-1{,}8\,;\,1{,}3)$.
Calculer le rayon du cercle $\mathscr{C}$.

22 Dans chaque cas, calculer mentalement les coordonnées du milieu I du segment $[AB]$.
a) $A(1\,;\,3)$ et $B(1\,;\,5)$ **b)** $A(-2\,;\,1)$ et $B(2\,;\,7)$
c) $A(-1\,;\,10)$ et $B(3\,;\,0)$ **d)** $A(3\,;\,4)$ et $B(2\,;\,-1)$

24 On donne les points :
$A(-2\,;\,-1)$, $B(3\,;\,1)$, $C(1\,;\,3)$ et $D(-4\,;\,1)$
a) Démontrer que ABCD est un parallélogramme en calculant les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
b) Calculer les coordonnées du point d'intersection des diagonales $[AC]$ et $[BD]$.

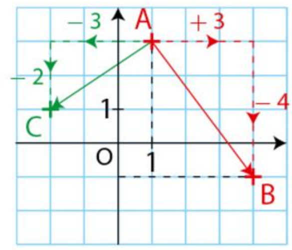
Exercice résolu 2 p 121

Dans un repère orthonormé, on donne les points $A(1\,;\,3)$ et $B(4\,;\,-1)$.
a) Placer les points A et B. Tracer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ et lire ses coordonnées.
b) Construire le vecteur $\overrightarrow{AC}$ de coordonnées $(-3\,;\,-2)$.
c) Déterminer les coordonnées du point D tel que ABDC soit un parallélogramme.

Solution

a) On place les points A et B. À partir du point A, on se déplace horizontalement de 3 unités vers la droite puis verticalement de 4 unités vers le bas, jusqu'au point B. Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $(3\,;-4)$.

b) À partir du point A, on se déplace horizontalement (-3) puis verticalement (-2) pour placer le point C. Puis, on trace le vecteur $\overrightarrow{AC}$.



c) ABDC est un parallélogramme si, et seulement si, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$. On note $(x\,;y)$ les coordonnées de D, alors $\overrightarrow{BD}(x-4\,;y+1)$ et $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ équivaut à $x-4=-3$ et $y+1=-2$, soit $x=1$ et $y=-3$.
Les coordonnées de D sont $(1\,;-3)$.

Pour calculer les coordonnées de D, on peut aussi utiliser : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

4 Dans un repère orthonormé, on donne les points $A(-2\,;1)$ et $B(2\,;4)$.

a) Tracer le vecteur $\overrightarrow{AB}$ et lire ses coordonnées.

b) Construire le vecteur $\overrightarrow{AC}$ de coordonnées $(1\,;-4)$.

c) Déterminer les coordonnées du point D tel que ABDC soit un parallélogramme.

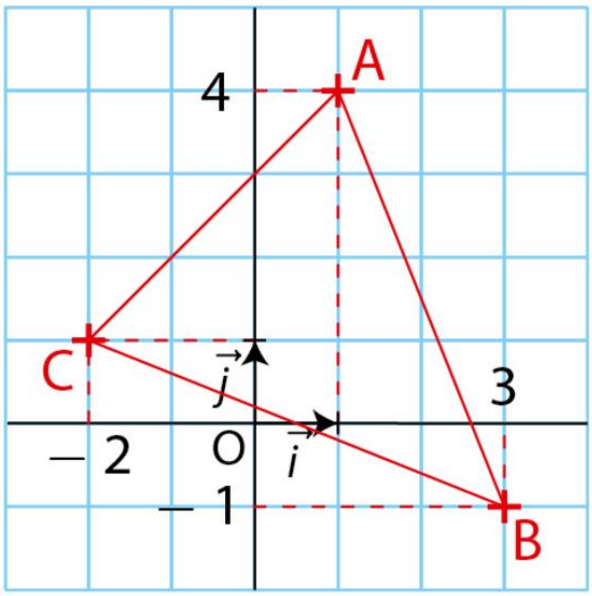
32 On donne les points :

$$A(-1\,;5),\ B(3\,;1)\ \text{et}\ M(-5\,;-3)$$

a) Calculer les distances MA et MB.

b) Expliquer pourquoi le point M appartient à la médiatrice du segment $[AB]$.

34 Voici trois points A, B et C.



a) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.

b) Démontrer que le triangle ABC est isocèle en B.

35 On donne les points :

$$A(6\ ;5),\ B(2\ ;-3)\ \text{ et }\ C(-4\ ;0)$$

a) Calculer les distances AB, AC et BC.

b) Démontrer que le triangle ABC est rectangle.

c) Calculer l'aire du triangle ABC.

26 On donne les points :

$$A(0\ ;5),\ \ B(-2\ ;1)\ \ \text{et}\ \ C(5\ ;4)$$

a) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

b) Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

c) Calculer les coordonnées du centre de ce parallélogramme.

27 On donne les points :

$$A(-2\ ;\ -1),\ \ B(4\ ;1)\ \ \text{et}\ \ I(0\ ;1)$$

Calculer les coordonnées des points C et D tels que ABCD soit un parallélogramme de centre I.

Exercice 68 p 129

$(O\ ;\vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé.

On donne les vecteurs $\vec{u}(3\ ;1)$ et $\vec{v}(-2\ ;2)$.

a) Tracer le repère orthonormé et construire les représentants d'origine O des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

b) Construire le vecteur $\vec{u}+\vec{v}$ et lire ses coordonnées sur la figure.

c) Retrouver les coordonnées du vecteur $\vec{u}+\vec{v}$ par un calcul.

AIDE

a) Pour construire le représentant d'origine O du vecteur $\vec{u}$: à partir du point O, on se déplace horizontalement de 3 unités vers la droite puis verticalement de 1 unité vers le haut, on obtient alors l'extrémité du représentant du vecteur $\vec{u}$.

Exercice 69 p 129

Dans un repère orthonormé, on donne les points :

$A(4\,;\,-1)$, $B(2\,;\,2)$ et $C(-1\,;\,-3)$

a) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

b) Calculer les coordonnées des vecteurs :

- $2\overrightarrow{AB}$
- $3\overrightarrow{AC}$
- $2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

AIDE

a) Pour calculer l'abscisse du vecteur $\overrightarrow{AB}$, on effectue la différence :

(abscisse de B) − (abscisse de A).

On procède de même avec les ordonnées.

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{i},\,\vec{j})$.

Questions Flash

45 On donne les vecteurs $\vec{u}(1\,;\,-2)$ et $\vec{v}(4\,;\,3)$.

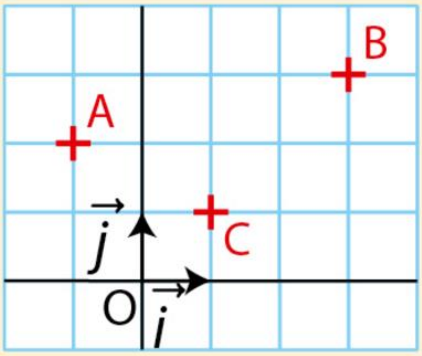
Calculer les coordonnées des vecteurs :

a) $2\vec{u}$ **b)** $-3\vec{v}$ **c)** $\vec{u}-\vec{v}$ **d)** $\vec{u}+2\vec{v}$

46 Déterminer mentalement les coordonnées des vecteurs :

a) $\overrightarrow{AB}$ **b)** $2\overrightarrow{AB}$ **c)** $\overrightarrow{BC}$

d) $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ **e)** $2\overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$



Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\,\vec{j})$.

86 On donne les points :

$$A(4\,;2),\quad B(-2\,;1)\ \text{ et }\ C(-3\,;5)$$

M est le point tel que $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$.

Calculer les coordonnées du point M.

88 On donne les points :

$$A(-2\,;-3),\ B(5\,;0)\ \text{ et }\ C(0\,;7)$$

a) Calculer les coordonnées de I milieu de $[BC]$, J milieu de $[AC]$ et K milieu de $[AB]$.

b) Déterminer les coordonnées des points G, H et L tels que $\overrightarrow{AG} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AI}$, $\overrightarrow{BH} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{BJ}$ et $\overrightarrow{CL} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{CK}$.

c) Que remarque-t-on ?

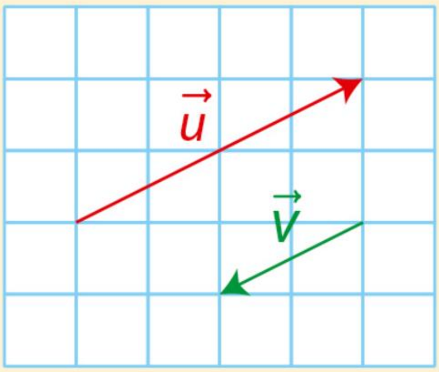
53 Trois camarades affirment :

Jade : « $\vec{u} = -2\vec{v}$ »

Amanda : « $\vec{u} = 2\vec{v}$ »

Walid : « $\vec{v} = -\dfrac{1}{2}\vec{u}$ »

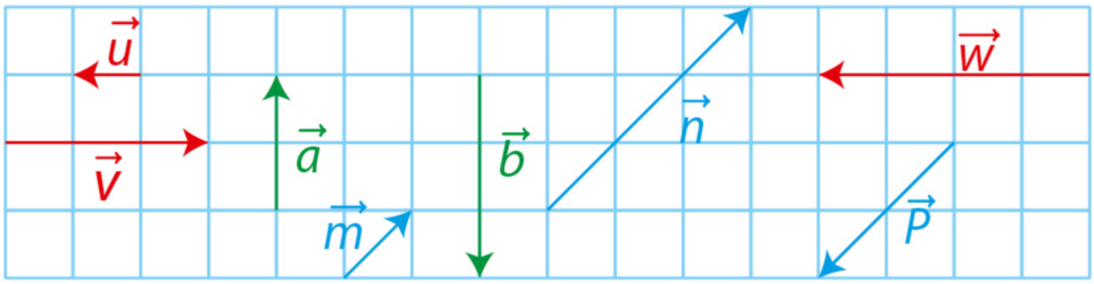
Lesquels ont raison ?



54 Dans une base orthonormée, on donne les vecteurs $\vec{u}(4\,;-2)$ et $\vec{v}\left(-1\,;\,\frac{1}{2}\right)$.

Ces vecteurs sont-ils colinéaires ?

55



Recopier et compléter chaque égalité par un nombre réel :

a) $\vec{v} = \ldots\vec{u}$ **b)** $\vec{b} = \ldots\vec{a}$ **c)** $\vec{n} = \ldots\vec{m}$

d) $\vec{p} = \ldots\vec{m}$ **e)** $\vec{w} = \ldots\vec{v}$ **f)** $\vec{n} = \ldots\vec{p}$

Exercice 70 p 129

Dans une base orthonormée, on donne les vecteurs :

$\vec{u}(3\,;9)$, $\vec{v}(-2\,;-6)$ et $\vec{w}(1\,;6)$

1. a) Calculer le déterminant du vecteur $\vec{u}$ et du vecteur $\vec{v}$.

b) Que peut-on en déduire pour les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$?

2. Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont-ils colinéaires ?

AIDE

1. a) On note souvent le déterminant de $\vec{u}(x\,;y)$ et de $\vec{v}(x'\,;y')$ sous forme d'un tableau :

$$\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y.$$

59 Dans un repère orthonormé, on donne les points :

A$(2\,;3)$, B$(5\,;7)$ et C$(-7\,;-9)$

Les points A, B, C sont-ils alignés ?

Exercice résolu 9 p 123

ABC est un triangle.

M et N sont les points tels que $\overrightarrow{AM} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

a) Construire une figure.

b) Démontrer que $\overrightarrow{AN} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

c) En déduire que les points A, C, N sont alignés.

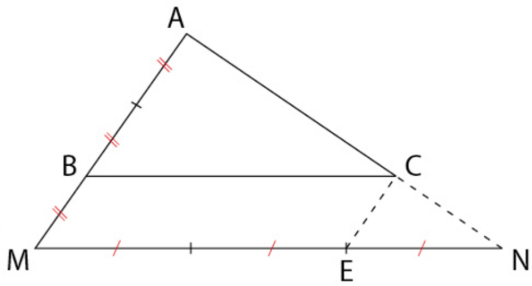
Solution

a) Voici la figure ci-contre, où le point E est tel que $\overrightarrow{ME} = \overrightarrow{BC}$.

b) D'après la relation de Chasles :

$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MN} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \dfrac{3}{2}\overrightarrow{BC} = \dfrac{3}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

c) Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont colinéaires donc les points A, C et N sont alignés.



11 ABC est un triangle.

M et N sont les points tels que :

$$\overrightarrow{AM} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{MN} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BC}$$

a) Construire une figure.

b) Démontrer que $\overrightarrow{AN} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

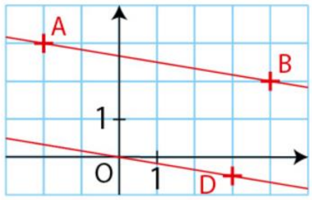
c) En déduire que les points A, C, N sont alignés.

Exercice résolu 10 p 123

Dans un repère orthonormé d'origine O, on donne les points :

$$A(-2\ ;3),\quad B(4\ ;2),\quad D\left(3\ ;\ -\frac{1}{2}\right)$$

Démontrer que les droites (AB) et (OD) sont parallèles.



Solution

$\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(4-(-2)\ ;2-3)$, soit $(6\ ;-1)$.

$\overrightarrow{OD}$ a pour coordonnées $\left(3\ ;\ -\frac{1}{2}\right)$.

Le déterminant du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et du vecteur $\overrightarrow{OD}$ est :

$$6\times\left(-\frac{1}{2}\right)-3\times(-1)=-3+3=0$$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{OD}$ sont colinéaires et les droites (AB) et (OD) sont parallèles.

Dire que le déterminant ci-contre est nul revient à dire que le tableau de coordonnées

6	-1
3	$-\frac{1}{2}$

$\times\frac{1}{2}$

est un tableau de proportionnalité.

12 Dans un repère orthonormé d'origine O, on donne les points $A(-2\ ;2)$ et $B(2\ ;4)$.

a) On donne le point $D\left(7\ ;\ \frac{7}{2}\right)$.

Démontrer que les droites (AB) et (OD) sont parallèles.

b) On donne les points $M(3\ ;1)$ et $N(1\ ;0)$.

Démontrer que les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

Exercice corrigé 72 p 130

Voici un algorithme où x_A, y_A, x_B, y_B, x_C, y_C représentent les coordonnées des points A, B, C.

a) Quelles valeurs de x_D et y_D obtient-on en fin d'algorithme pour :

$$x_A = -2,\ \ y_A = 1,\ \ x_B = 1,\ \ y_B = 1,\ \ x_C = 2 \text{ et } y_C = 3$$

b) Expliquer le rôle de cet algorithme.

c) Modifier cet algorithme afin d'en obtenir une version ne faisant pas intervenir de milieu.

$x_I \leftarrow \dfrac{x_A + x_C}{2}$

$y_I \leftarrow \dfrac{y_A + y_C}{2}$

$x_D \leftarrow 2x_I - x_B$

$y_D \leftarrow 2y_I - y_B$

Solution

a) $x_I = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{-2+2}{2} = 0$, $y_I = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{1+3}{2} = 2$,

donc $x_D = 2 \times 0 - 1 = -1$, $y_D = 2 \times 2 - 1 = 3$.

b) Les deux premières instructions d'affectation déterminent les coordonnées $(x_I\,;y_I)$ du milieu I du segment $[AC]$.

De $x_D = 2x_I - x_B$ et $y_D = 2y_I - y_B$, on déduit que $x_I = \dfrac{x_B + x_D}{2}$ et $y_I = \dfrac{y_B + y_D}{2}$.

Donc les deux instructions suivantes déterminent les coordonnées $(x_D\,;y_D)$ du point D tel que I soit le milieu du segment $[BD]$.

Ainsi, les diagonales du quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu I, donc l'algorithme détermine les coordonnées du quatrième sommet D du parallélogramme ABCD.

c) ABCD est un parallélogramme si, et seulement si, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

On détermine alors les coordonnées $(a\,;b)$ du vecteur $\overrightarrow{AB}$, la traduction de l'égalité $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ à l'aide des coordonnées donne $a = x_C - x_D$ et $b = y_C - y_D$, soit $x_D = x_C - a$ et $y_D = y_C - b$.

$a \leftarrow x_B - x_A$

$b \leftarrow y_B - y_A$

$x_D \leftarrow x_C - a$

$y_D \leftarrow y_C - b$

73 Les variables qui interviennent dans cet algorithme représentent les coordonnées des points A, B, C, D.

$a \leftarrow x_B - x_A$

$b \leftarrow y_B - y_A$

$c \leftarrow x_D - x_C$

$d \leftarrow y_D - y_C$

Si $ad = cb$ alors

  Afficher [ ]

  sinon

  Afficher [ ]

Fin si

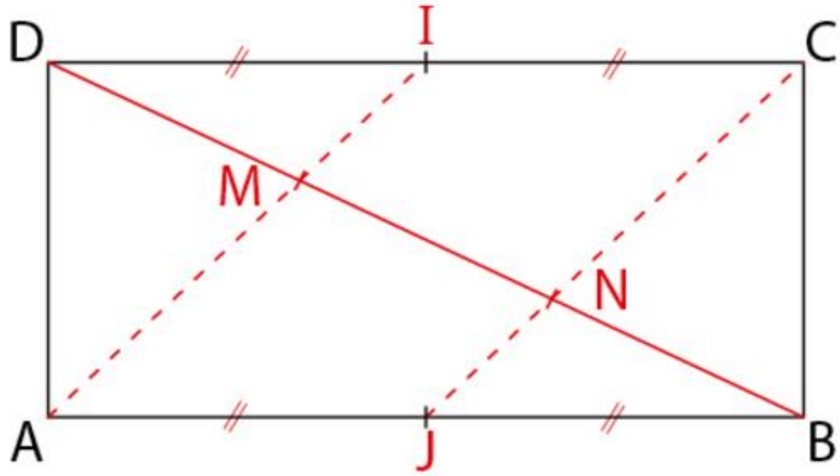
a) Expliquer son rôle et indiquer les messages qu'il affiche en sortie.

b) Tester cet algorithme avec les valeurs suivantes :

$$x_A = 5, y_A = 2, x_B = -3, y_B = 0,$$
$$x_C = 1, y_C = -4, x_D = 5, y_D = -3$$

98 ABCD est un rectangle tel que $AB = 2AD$.
Les points I et J sont les milieux respectifs des segments $[CD]$ et $[AB]$.
M et N sont les points tels que :

$$\overrightarrow{DM} = \overrightarrow{NB} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DB}$$



On pose $\vec{i} = \overrightarrow{AJ}$ et $\vec{j} = \overrightarrow{AD}$.

a) Déterminer les coordonnées des points de la figure dans le repère orthonormé $(A\,;\vec{i},\vec{j})$.

b) Démontrer que les points A, M, I sont alignés ainsi que les points J, N, C.

c) Démontrer que les droites (AI) et (CJ) sont parallèles.

101 Implications, équivalences

Dans chaque cas, P et Q sont des propositions. Dire si P implique Q, si Q implique P ou bien si P et Q sont équivalentes.

a) P : ABCD est un parallélogramme.

Q : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

b) P : A, B, C sont alignés.

Q : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

c) P : $\vec{u} = \vec{v}$

Q : $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$

d) P : $AI = IB$

Q : I est le milieu de $[AB]$.

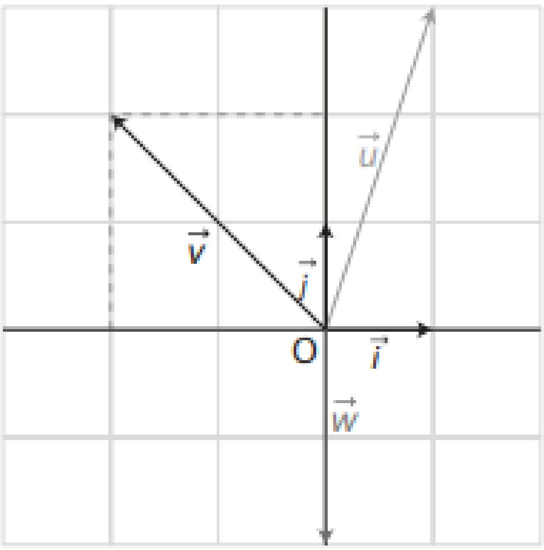
e) P : B appartient à $[AC]$.

Q : $AB + BC = AC$

****

Correction des exercices du plan de travail : chap 11 : Vecteurs et coordonnées

23



20 $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(3\,;2)$

$\overrightarrow{CD}$ a pour coordonnées $(1\,;-2)$

$\overrightarrow{EF}$ a pour coordonnées $(0\,;-4)$

$\overrightarrow{GH}$ a pour coordonnées $(-7\,;-1)$

$\overrightarrow{IJ}$ a pour coordonnées $(-3\,;0)$

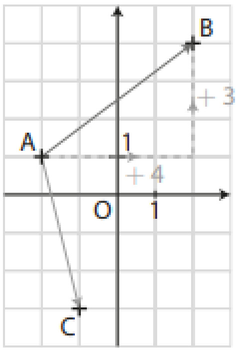
21 Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont :

a) $(3\,;-1)$ **b)** $(11\,;-3)$

c) $(0\,;5)$ **d)** $(1\,;0)$

4 **a)** $\overrightarrow{AB}\,(4\,;3)$

b)



c) ABCD est un parallélogramme si, et seulement, $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$. On note $D(x\,;y)$, alors $\overrightarrow{BD}(x-2\,;y-4)$ et $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$ équivaut à $x-2\ =1$ et $y-4=-4$, soit $x=3$ et $y=0$.

Les coordonnées de D sont $(3\,;0)$.

22 Les coordonnées du milieu I du segment [AB] sont :

a) $(1\,;4)$ **b)** $(0\,;4)$ **c)** $(1\,;5)$ **d)** $\left(\dfrac{5}{2}\,;\dfrac{3}{2}\right)$

30 **a)** $IM=\sqrt{(5-1)^2+(5-2)^2}=\sqrt{16+9}$

$=\sqrt{25}=5$

b) $IM=5$ et $\mathscr{C}$ a pour rayon 5 donc le point M appartient à $\mathscr{C}$.

31 $r=IA=\sqrt{(-1{,}8-1{,}8)^2+(1{,}3-(-3{,}5))^2}$

$r=\sqrt{12{,}96+23{,}04}=\sqrt{36}=6$

32 **a)**

$MA=\sqrt{(-1-(-5))^2+(5-(-3))^2}=\sqrt{16+64}$

$MA=\sqrt{80}=4\sqrt{5}.$

$MB=\sqrt{(3-(-5))^2+(1-(-3))^2}=\sqrt{64+16}$

$MB=\sqrt{80}=4\sqrt{5}.$

b) $MA=MB$ donc le point M appartient à la médiatrice du segment [AB].

34 **a)** $\overrightarrow{AB}(2\,;\,-5)$ et $\overrightarrow{BC}(-5\,;2)$

b) $AB=\sqrt{2^2+(-5)^2}=\sqrt{4+25}=\sqrt{29}$

$BC=\sqrt{(-5)^2+2^2}=\sqrt{25+4}=\sqrt{29}$

$AB=BC$ donc le triangle ABC est isocèle en B.

35 **a)**

$AB=\sqrt{(2-6)^2+(-3-5)^2}=\sqrt{16+64}=\sqrt{80}$

$AB=4\sqrt{5}$

$AC=\sqrt{(-4-6)^2+(0-5)^2}=\sqrt{100+25}=\sqrt{125}$

$AC=5\sqrt{5}$

$BC=\sqrt{(-4-2)^2+(0-(-3))^2}=\sqrt{36+9}=\sqrt{45}$

$BC=3\sqrt{5}$

b) $AC^2=AB^2+BC^2$ donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

c) L'aire du triangle ABC est :

$$\frac{1}{2}AB\times BC=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{5}\times 3\sqrt{5}=30.$$

24 **a)** $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(5\,;2)$, $\overrightarrow{DC}$ a pour coordonnées $(5\,;2)$.

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ donc ABCD est un parallélogramme.

b) Le point d'intersection des diagonales [AC] et [BD] est le milieu de [AC] et de [BD] ; ses coordonnées sont $\left(\dfrac{-2+1}{2}\,;\dfrac{-1+3}{2}\right)$, soit $\left(-\dfrac{1}{2}\,;1\right)$

26 **a)** $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(-2\,;\,-4)$.

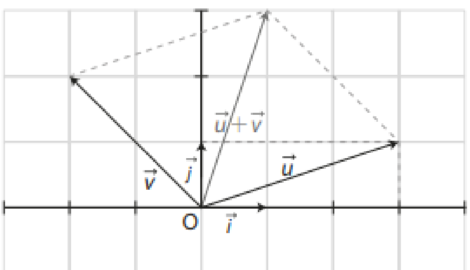
b) On note $(x\,;y)$ les coordonnées du point D.

$\overrightarrow{DC}$ a pour coordonnées $(5-x\,;4-y)$.

ABCD est un parallélogramme si, et seulement si, $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$, soit $5-x=-2$ et $4-y=-4$, c'est-à-

27 • On note $(x\,;y)$ les coordonnées de C, I est le milieu de [AC] donc :

68 **a)**



b) On lit sur la figure : $\vec{u}+\vec{v}(1\,;3)$.

c) $\vec{u}(3\,;1)$ et $\vec{v}(-2\,;2)$ donc $\vec{u}+\vec{v}$ ont pour coordonnées $(3+(-2)\,;1+2)$, soit $(1\,;3)$.

69 **a)** $\overrightarrow{AB}(2-4\,;2-(-1))$, soit $\overrightarrow{AB}(-2\,;3)$.

$\overrightarrow{AC}(-1-4\,;\,-3-(-1))$, soit $\overrightarrow{AC}(-5\,;\,-2)$.

b) • $2\overrightarrow{AB}(2\times(-2)\,;2\times 3)$, soit $2\overrightarrow{AB}(-4\,;6)$.

• $3\overrightarrow{AC}(3\times(-5)\,;3\times(-2))$, soit $3\overrightarrow{AC}(-15\,;\,-6)$.

• $2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}(-4-15\,;6-6)$,

soit $2\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{AC}(-19\,;0)$.

45 **a)** $2\vec{u}(2\,;\,-4)$ **b)** $-3\vec{v}(-12\,;\,-9)$
c) $\vec{u}-\vec{v}(-3\,;\,-5)$ **d)** $\vec{u}+2\vec{v}(9\,;4)$

46 **a)** $\overrightarrow{AB}(4\,;1)$ **b)** $2\overrightarrow{AB}(8\,;2)$
c) $\overrightarrow{BC}(-2\,;\,-2)$ **d)** $\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}(-1\,;\,-1)$
e) $2\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}(7\,;1)$

86 $\overrightarrow{AB}(-6\,;\,-1)$ et $\overrightarrow{AC}(-7\,;3)$
donc $3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}(-32\,;3)$.
On note $(x\,;y)$ les coordonnées de M.
$\overrightarrow{AM}(x-4\,;y-2)$, d'où $x-4=-32$ et $y-2=3$, soit $x=-28$ et $y=5$. Donc $M(-28\,;5)$.

88 **a)** $I\left(\frac{5}{2}\,;\frac{7}{2}\right)$, $J(-1;2)$ et $K\left(\frac{3}{2}\,;-\frac{3}{2}\right)$

b) • $\overrightarrow{AI}\left(\frac{9}{2}\,;\frac{13}{2}\right)$ et $\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}\left(3\,;\frac{13}{3}\right)$.
On note $(x\,;y)$ les coordonnées de G.
$\overrightarrow{AG}(x+2\,;y+3)$.
$\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$ équivaut à $x+2=3$ et $y+3=\frac{13}{3}$, soit $x=1$ et $y=\frac{4}{3}$. Donc $G\left(1;\frac{4}{3}\right)$.

• $\overrightarrow{BJ}(-6\,;2)$ et $\frac{2}{3}\overrightarrow{BJ}\left(-4\,;\frac{4}{3}\right)$.
On note $(x\,;y)$ les coordonnées de H.
$\overrightarrow{BH}(x-5\,;y)$
$\overrightarrow{BH}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BJ}$ équivaut à $x-5=-4$ et $y=\frac{4}{3}$, soit $x=1$ et $y=\frac{4}{3}$. Donc $H\left(1;\frac{4}{3}\right)$.

• $\overrightarrow{CK}\left(\frac{3}{2}\,;-\frac{17}{2}\right)$ et $\frac{2}{3}\overrightarrow{CK}\left(1;-\frac{17}{3}\right)$.
On note $(x\,;y)$ les coordonnées de L.
$\overrightarrow{CL}(x\,;y-7)$.
$\overrightarrow{CL}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CK}$ équivaut à $x=1$ et $y-7=-\frac{17}{3}$, soit $x=1$ et $y=\frac{4}{3}$. Donc $L\left(1;\frac{4}{3}\right)$.

c) On remarque que les points G, H, L ont les mêmes coordonnées donc G = H = L.

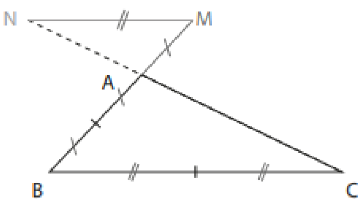
53 Jade et Walid ont raison.

54 $\vec{v}=-\frac{1}{4}\vec{u}$ donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

55 **a)** $\vec{v}=-3\vec{u}$ **b)** $\vec{b}=-\frac{3}{2}\vec{a}$ **c)** $\vec{n}=3\vec{m}$
d) $\vec{p}=-2\vec{m}$ **e)** $\vec{w}=-\frac{4}{3}\vec{v}$ **f)** $\vec{n}=-\frac{3}{2}\vec{p}$

59 $\overrightarrow{AB}(3\,;4)$ et $\overrightarrow{AC}(-9\,;\,-12)$.
$\overrightarrow{AC}=-3\overrightarrow{AB}$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires et les points A, B et C sont alignés.

70 **1. a)** Le déterminant du vecteur $\vec{u}$ et du vecteur $\vec{v}$ est égal à :
$3\times(-6)-(-2)\times9=-18+18=0$
b) On en déduit que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.
2. Le déterminant du vecteur $\vec{u}$ et du vecteur $\vec{w}$ est égal à $3\times6-1\times9=18-9=9$.
Ce déterminant est non nul donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ ne sont pas colinéaires.

11 **a)**


b) D'après la relation de Chasles :
$\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{MN}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$
$\overrightarrow{AN}=-\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC})$
$\overrightarrow{AN}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$
c) Les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AN}$ sont colinéaires donc les points A, C, N sont alignés.

73 **a)** L'algorithme calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}(a\,;b)$ et $\overrightarrow{CD}(c\,;d)$.

Le déterminant de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ est égal à $ad - bc$.

On complète l'algorithme ainsi :

```
Si ad = bc alors
  | Afficher " AB et CD sont colinéaires"
  | Sinon
  | Afficher " AB et CD ne sont pas colinéaires"
Fin Si
```

Cet algorithme teste si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires ou non.

b) $a = -8$, $b = -2$, $c = 4$, $d = 1$

$ad = -8$ et $bc = -8$ donc $ad = bc$ et les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

12 **a)** $\overrightarrow{AB}\,(2-(-2)\,;4-2)$, soit $(4\,;2)$.

$\overrightarrow{OD}$ a pour coordonnées $\left(7\,;\dfrac{7}{2}\right)$.

Le déterminant du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et du vecteur $\overrightarrow{OD}$ est :

$4 \times \dfrac{7}{2} - 7 \times 2 = 14 - 14 = 0.$

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{OD}$ sont colinéaires et les droites (AB) et (OD) sont parallèles.

b) $\overrightarrow{MN}$ a pour coordonnées $(1-3\,;0-1)$, soit $(-2\,;-1)$.

Le déterminant du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et du vecteur $\overrightarrow{MN}$ est : $4 \times (-1) - (-2) \times 2 = -4 + 4 = 0$.

Donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires et les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

98 **a)** $A(0\,;0)$, $B(2\,;0)$, $C(2\,;1)$, $D(0\,;1)$, $I(1\,;1)$, $J(1\,;0)$. $\overrightarrow{DB}(2\,;-1)$ donc $\dfrac{1}{3}\overrightarrow{DB}\left(\dfrac{2}{3}\,;-\dfrac{1}{3}\right)$.

• On note $(x\,;y)$ les coordonnées de M.

$\overrightarrow{DM}(x\,;y-1)$

$\overrightarrow{DM} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{DB}$ équivaut à $x = \dfrac{2}{3}$ et $y - 1 = -\dfrac{1}{3}$.

D'où $M\left(\dfrac{2}{3}\,;\dfrac{2}{3}\right)$.

• On note $(u\,;v)$ les coordonnées de N.

$\overrightarrow{NB}(2-u\,;-v)$

$\overrightarrow{NB} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{DB}$ équivaut à $2 - u = \dfrac{2}{3}$ et $-v = -\dfrac{1}{3}$.

D'où $N\left(\dfrac{4}{3}\,;\dfrac{1}{3}\right)$.

b) • $\overrightarrow{AM}\left(\dfrac{2}{3}\,;\dfrac{2}{3}\right)$ et $\overrightarrow{AI}(1\,;1)$ donc $\overrightarrow{AM} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AI}$.

$\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AI}$ sont colinéaires et A, M, I sont alignés.

• $\overrightarrow{JN}\left(\dfrac{1}{3}\,;\dfrac{1}{3}\right)$ et $\overrightarrow{JC}\,(1\,;1)$ donc $\overrightarrow{JN} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{JC}$.

$\overrightarrow{JN}$ et $\overrightarrow{JC}$ sont colinéaires et J, N, C sont alignés.

c) $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{JC}$ dont les droites (AI) et (CJ) sont parallèles.

101 **a)** P et Q sont équivalentes. Il s'agit d'une propriété du cours.

b) P et Q sont équivalentes. Il s'agit d'un résultat du cours.

c) P implique Q.

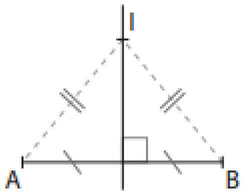
Deux vecteurs égaux ont même norme $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\|$.

La réciproque est fausse.

d) Q implique P.

Si I est milieu de $[AB]$, alors I est à égale distance de A et B.

La réciproque est fausse.



e) P et Q sont équivalentes.

Il s'agit d'une propriété des distances.