Activité 1 p 43

1 Sens de variation d'une suite

On se propose d'étudier l'évolution d'une population de lions dans une réserve.
On envisage pour cela des modèles théoriques de développement. Voici trois exemples appliqués à cette population.
On note p_n la population de cette réserve l'année n et on prend $p_0 = 500$ pour population initiale.

Modèle A	Modèle B	Modèle C
Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$: $p_{n+1} = 1{,}035p_n$	Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$: $p_{n+1} = 0{,}8p_n + 50$	Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$: $p_{n+1} = 3{,}4p_n(1 - 0{,}001p_n)$

1 **a)** Avec la calculatrice, tabuler chacune de ces suites et afficher la représentation graphique de ses 20 premiers termes.
b) Attribuer à chacun de ces modèles, l'une des appellations suivantes :
(1) Population décroissante avec apport annuel constant.
(2) Population oscillante (ni croissante ni décroissante).
(3) Population croissante à taux d'évolution constant.

2 Le modèle A paraît-il durablement réaliste ? Expliquer.

3 On considère la suite (p_n) du modèle A.
a) Exprimer la différence $p_{n+1} - p_n$ en fonction de p_n. Quel est le signe de cette différence ?
b) Calculer $\frac{p_{n+1}}{p_n}$. Comparer ce nombre à 1.
c) Quel résultat sur l'évolution de la population de lions les réponses aux questions **a)** et **b)** permettent-elles de prouver ?

<u>**Faire l'exercice 3 p 46**</u>

3 Étudier le sens de variation de la suite :
a) (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 2n - 9$;
b) (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = -3n^2 - 3n + 1$.

Etudier l'exercice résolu 2 p 46

Dans une région du monde où la sécheresse s'est durablement installée, on constate que le débit d'un ruisseau diminue de 5 % par jour. Aujourd'hui, le débit de ce ruisseau est de 300 m^3 par jour.
On note d_n le débit du ruisseau, en m^3 par jour, n jours plus tard. Ainsi $d_0 = 300$.
Démontrer que la suite (d_n) est décroissante.

Solution

Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $d_{n+1} = \left(1 - \frac{5}{100}\right)d_n = 0{,}95d_n$.

$d_0 = 300$ et on obtient les termes successifs de cette suite géométrique en multipliant par le nombre positif 0,95.

Donc pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $d_n > 0$.

$\frac{d_{n+1}}{d_n} = 0{,}95$ donc $\frac{d_{n+1}}{d_n} < 1$ c'est-à-dire $d_{n+1} < d_n$.

Donc la suite (d_n) est décroissante.

Pour une suite (u_n) à termes **strictement positifs** :

- si $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$, alors $u_{n+1} < u_n$ et la suite (u_n) est décroissante ;
- si $\frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$, alors $u_{n+1} > u_n$ et la suite (u_n) est croissante.

Faire l'exercice 4 p 46

4 Étudier le sens de variation de la suite géométrique :

a) (u_n) de raison 0,5 et telle que $u_0 = 100$;

b) (v_n) de raison 3 et telle que $v_0 = 0{,}25$.

exercices 9 ; 10 ; 11 ; 12 ; 14 ; 16 ; 17 ; 19 ; 20 p 48

9 Dans la feuille de calcul ci-dessous, on a affiché les premiers termes de trois suites (u_n), (v_n) et (w_n).
Conjecturer le sens de variation de chaque suite.

	A	B	C	D
1	n	u_n	v_n	w_n
2	0	1.0	1	0
3	1	1.1	0.8	-1
4	2	1.21	0.64	0
5	3	1.33	0.51	3
6	4	1.46	0.41	8
7	5	1.61	0.33	15
8	6	1.77	0.26	24
9	7	1.95	0.21	35
10	8	2.14	0.17	48
11	9	2.36	0.13	63
12	10	2.59	0.11	80

10 Julia affirme : « (u_n) est une suite arithmétique de raison 5, donc elle est décroissante. »
Que peut-on en penser ?

11 Paolo affirme : « (v_n) est la suite définie par $v_0 = -100$ et pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $v_{n+1} = v_n - 2$. Donc cette suite est croissante. »
Que peut-on en penser ?

12 Dans chaque cas, (u_n) est une suite définie sur $\mathbb{N}$. Étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$ et conclure sur le sens de variation de la suite (u_n).

a) $u_n = -3n + 1$

b) $u_n = \dfrac{n+2}{5}$

c) $u_n = n^2 - 3$

d) $u_n = -n^2 + 2n$

14 (w_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $w_n = \dfrac{1}{n+1}$.

a) Démontrer que pour tout nombre n de $\mathbb{N}$:

$$w_{n+1} - w_n = \frac{-1}{(n+1)(n+2)}$$

b) En déduire le sens de variation de la suite (w_n).

16 (v_n) est la suite définie par $v_0 = -1$ et pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $v_{n+1} = v_n(1 - 2v_n)$.
Étudier le sens de variation de la suite (v_n).

17 Déterminer le sens de variation de la suite (t_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $t_n = \dfrac{n}{2n+1}$.

12 Dans chaque cas, (u_n) est une suite définie sur $\mathbb{N}$. Étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$ et conclure sur le sens de variation de la suite (u_n).

a) $u_n = -3n + 1$ **b)** $u_n = \dfrac{n+2}{5}$

c) $u_n = n^2 - 3$ **d)** $u_n = -n^2 + 2n$

14 (w_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $w_n = \dfrac{1}{n+1}$.

a) Démontrer que pour tout nombre n de $\mathbb{N}$:

$$w_{n+1} - w_n = \frac{-1}{(n+1)(n+2)}$$

b) En déduire le sens de variation de la suite (w_n).

16 (v_n) est la suite définie par $v_0 = -1$ et pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $v_{n+1} = v_n(1 - 2v_n)$.
Étudier le sens de variation de la suite (v_n).

17 Déterminer le sens de variation de la suite (t_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $t_n = \dfrac{n}{2n+1}$.

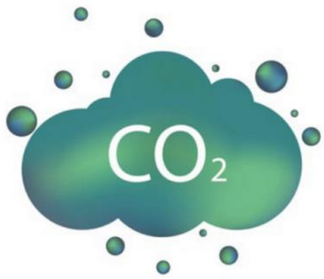
19 (S_n) est la suite définie, pour tout nombre n de $\mathbb{N}$ avec $n \geqslant 1$, par $S_n = 1 + 2 + 3 + \ldots + n$.

a) Exprimer $S_{n+1} - S_n$ en fonction de n.

b) Quel est le sens de variation de la suite (S_n) ?

20 (u_n) est une suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + n^2 - 10$.
À partir de quel rang cette suite est-elle croissante ?

21 Du fait de son expansion et de ses efforts pour réduire son empreinte carbone, une entreprise a modélisé ses émissions, en tonne de CO_2, l'année $2019 + n$ (avec $n \in \mathbb{N}$) par $e_n = 40000 \times 0{,}89^n + 13000$.

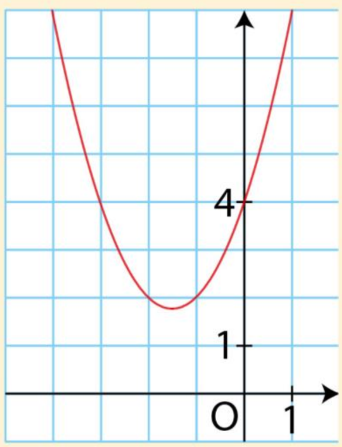


a) Exprimer $e_{n+1} - e_n$ en fonction de n.
b) En déduire le sens de variation de la suite (e_n). Interpréter le résultat pour cette situation.

22 Marc a tabulé les termes d'indices pairs de la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 3 + (-2)^n$.
Marc affirme : « Je conjecture que la suite (u_n) est croissante. »
Expliquer pourquoi en fait la suite (u_n) n'est ni croissante ni décroissante.

n	u(n)
0	4
2	7
4	19
6	67
8	259
10	1027

23 Dans le repère ci-contre, la courbe représente la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = x^2 + 3x + 4$$
Décrire le sens de variation de la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n^2 + 3n + 4$.



24 (u_n) est une suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = f(n)$ où f est une fonction définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ dont voici le tableau de variations.

x	0		1		2		$+\infty$
$f(x)$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	3	$\nearrow$	

Décrire le sens de variation de la suite (u_n) à l'aide d'une phrase du type :

« (u_n) est … à partir …. »

25 **a)** Dresser le tableau de variations de la fonction carré sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$.

b) En déduire le sens de variation de la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n^2$.

26 **a)** Dresser le tableau de variations de la fonction inverse sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$.

b) En déduire le sens de variation de la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $v_n = \frac{1}{n}$.

27 (a_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $a_n = 2 - 3n$.

a) Préciser une fonction f telle que pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $a_n = f(n)$.

b) Quel est le sens de variation de f sur $[0\,;+\infty[$? En déduire le sens de variation de la suite (u_n).

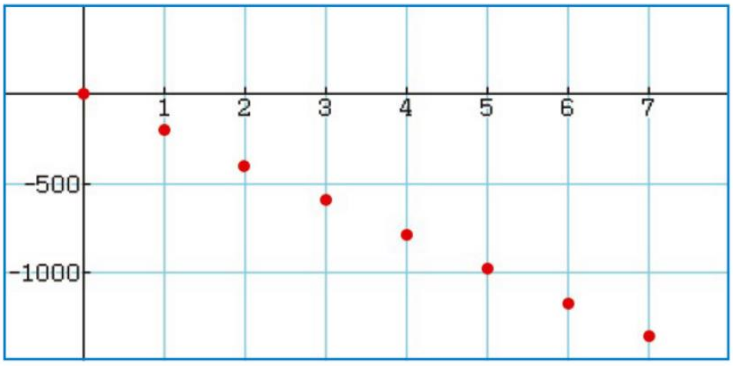
30 Dans chaque cas, (u_n) est une suite du type $u_n = f(n)$.

Préciser une telle fonction f, dresser son tableau de variations sur $[0\,;+\infty[$ et donner le sens de variation de la suite (u_n).

a) Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $u_n = (n+1)^2$.

b) Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $u_n = 2 - \dfrac{10}{n+1}$.

31 Laura a affiché à l'écran de sa calculatrice les premiers points de la représentation graphique de la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n^2 - 200n$.



Laura affirme : « La suite (u_n) est décroissante. »

Écrire u_n sous la forme $f(n)$ en précisant une telle fonction f, et prouver que Laura se trompe.

35 Chaque heure, entre 2 h et 13 h, la hauteur, en m, de la marée a été modélisée par la suite (h_n) définie pour tout nombre n de $\mathbb{N}$ avec $2 \leqslant n \leqslant 13$, par :

$$h_n = -0{,}2n^2 + 2{,}5n - 1{,}6$$

a) Déterminer le sens de variation de la suite (h_n).

b) À 8 h, est-on en marée montante ou descendante ?

Exercice 39, 41 et 45 p 50

39 (v_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = 5 \times 2^n$.

a) Pourquoi les termes de cette suite sont-ils strictement positifs ?

b) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique. Préciser son premier terme et sa raison.

c) En déduire le sens de variation de cette suite.

41 (u_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{9^{n+1}}{7^n}$.
Étudier son sens de variation.

46 (u_n), (v_n), (w_n) sont des suites définies sur $\mathbb{N}$ par :

$$u_n = -2 + 5n \; ; \qquad v_n = 7\left(\frac{1}{4}\right)^n \; ; \qquad w_n = \frac{n-1}{n^2+1}.$$

Associer chaque suite à celle(s) des méthodes ci-dessous qui paraît (ou paraissent) bien adaptées pour étudier son sens de variation.

Méthode 1
Si pour tout n, $a_n = f(n)$, on étudie le sens de variation de la fonction f sur $[0\,;+\infty[$.

Méthode 2
Si pour tout n, $a_n > 0$, on compare $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$ à 1.

Méthode 3
On étudie le signe de la différence $a_{n+1} - a_n$.

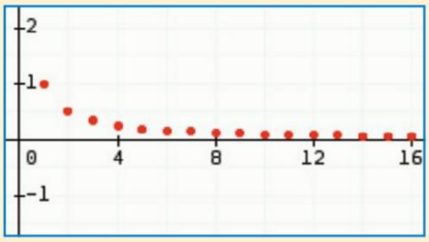
47 (u_n) est la suite définie pour tout nombre n de $\mathbb{N}$ avec $n \geqslant 1$, par $u_n = \dfrac{2^n}{n}$.

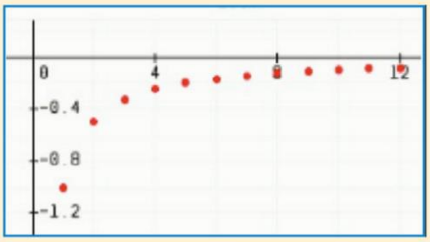
a) Avec la calculatrice, tabuler la suite (u_n) et conjecturer son sens de variation.

b) Démontrer cette conjecture.

Pour comparer un nombre k à 1, on peut étudier le signe de la différence $k - 1$.

55 Dans chaque cas, conjecturer la limite de la suite dont les premiers termes sont représentés à l'écran d'une calculatrice.

❶ 

❷ 

56 Dans chaque cas, conjecturer la limite de la suite dont certains termes sont calculés dans la feuille de calcul.

a)

	A	B
1	n	u(n)
2	1	0
3	2	-0,66667
4	3	-1
5	4	-1,2
6		
22	20	-1,80952
23	21	-1,81818
24	22	-1,82609
25	23	-1,83333
26		
656	653	-1,99388
657	654	-1,99389
658	655	-1,9939
659	656	-1,99391

b)

	A	B
1	n	u(n)
2	1	6
3	2	5,5
4	3	5,33333
5	4	5,25
6		
22	20	5,05
23	21	5,04762
24	22	5,04545
25	23	5,04348
26		
100	97	5,01031
101	98	5,0102
102	99	5,0101
103	100	5,01

57 Avec la calculatrice, conjecturer la limite de chacune des suites définies sur $\mathbb{N}$ par :

a) $u_n = 2 - \dfrac{1}{n^2+1}$ **b)** $v_n = 5 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ **c)** $w_n = 5 - \dfrac{3}{4^n}$

58 (v_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$v_n = 3 \times 0{,}4^n$$

a) Calculer les cinq premiers termes de cette suite.

b) Tabuler cette suite avec la calculatrice et déterminer les valeurs de n telles que :

- $0 < v_n < 10^{-3}$
- $0 < v_n < 10^{-6}$

c) Conjecturer la limite de la suite (v_n).

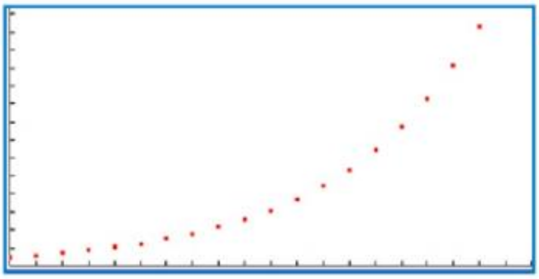
61 Des entomologistes estiment à 15 000 individus une population d'insectes.

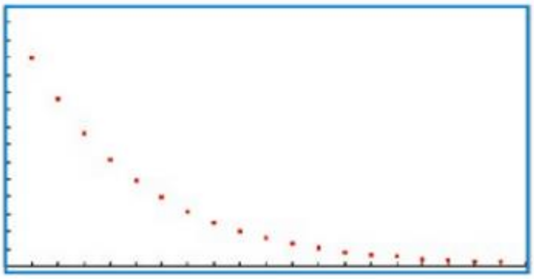
Malheureusement, un virus décime cette population qui diminue de 20 % par an.

1. a) Expliquer pourquoi on peut modéliser cette situation par la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$u_n = 15000 \times 0{,}8^n$$

b) Lequel des deux écrans affiche les premiers points de la représentation graphique de la suite (u_n) ?

1


2


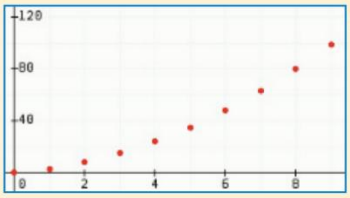
2. a) Avec la calculatrice, déterminer au bout de combien d'années, le nombre d'insectes sera inférieur à :

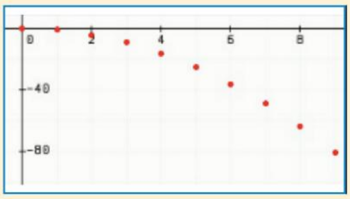
- 5 000
- 1 000
- 100

b) Conjecturer la limite de la suite (u_n).

Interpréter ce résultat.

63 Dans chaque cas, conjecturer la limite de la suite dont les premiers termes sont représentés à l'écran d'une calculatrice.

1 

2 

64 Dans chaque cas, conjecturer la limite de la suite dont certains termes sont calculés dans la feuille de calcul.

a)

	A	B
1	**n**	**u(n)**
2	1	6
3	2	8
4	3	12
5	4	20
6	5	36
7	6	68
8	7	132
9	8	260
10	9	516
11	10	1028
12	11	2052
13	12	4100
14	13	8196
15	14	16388
16	15	32772

b)

	A	B
1	**n**	**u(n)**
2	0	-47
3	1	-71
4	2	-106
5	3	-159
6	4	-238
7	5	-357
8	6	-535
9	7	-803
10	8	-1 205
11	9	-1 807
12	10	-2 710
13	11	-4 065
14	12	-6 098
15	13	-9 147
16	14	-13 721
17	15	-20 581

65 Avec la calculatrice, conjecturer la limite de chacune des suites définies sur $\mathbb{N}$ par :

a) $u_n = 3^n$ **b)** $v_n = 5 + \left(\dfrac{3}{2}\right)^n$ **c)** $w_n = -\left(\dfrac{5}{4}\right)^n$

67 (v_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$v_n = 5n^2 - 10n - 1$$

a) Tabuler la suite (v_n) avec la calculatrice.

b) Déterminer les valeurs de n telles que :

- $v_n > 500$
- $v_n > 5000$

c) Conjecturer la limite de la suite (v_n).

70 Des biologistes étudient le développement de la bactérie *Neisseira meningitidis*, responsable de certaines méningites. In vitro, on a constaté que le nombre de bactéries augmente de 25 % chaque heure.

On place au début de l'expérience 10 bactéries dans une éprouvette.

a) Modéliser cette situation à l'aide d'une suite géométrique (u_n).

b) Avec la calculatrice, afficher le nombre de bactéries présentes dans l'éprouvette toutes les heures pendant 50 h.

c) Au bout de combien de temps le nombre de bactéries est-il supérieur à 100 000 ?

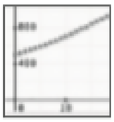
d) Conjecturer la limite de la suite (u_n).

**********CORRECTION DES EXERCICES****************

1 Sens de variation d'une suite

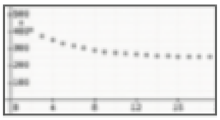
1

Modèle A



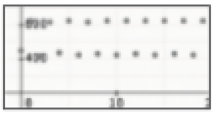
Population croissante à taux d'évolution constant

Modèle B



Population décroissante avec apport annuel constant

Modèle C



Population oscillante, ni croissante ni décroissante

2 Le modèle A ne parait pas durablement réaliste du fait de l'augmentation constante de la population.

3 **a)** $p_{n+1} - p_n = 0{,}035p_n$ expression positive

b) $\dfrac{p_{n+1}}{p_n} = 1{,}035 > 1$

c) On prouve ainsi que la suite (p_n) du modèle A est croissante.

3 **a)** $u_{n+1} - u_n = 2n - 9$, $2n - 9 > 0$ pour tout $n > \dfrac{9}{2}$, la suite (u_n) est croissante à partir du rang 5.

b) Pour tout nombre n de $\mathbb{N}$, $v_n = f(n)$ où f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x^2 - 3x + 1$.
Pour tout nombre réel x, $f'(x) = -6x - 3$. D'où le tableau de variations de la fonction f.

x	$-\infty$	$-\dfrac{1}{2}$	$+\infty$
Signe de $f'(x)$	$+$		$-$
Variations de f	↗	$\dfrac{7}{4}$	↘

La fonction f est décroissante sur $\left[-\dfrac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$ donc la suite (v_n) est décroissante.

4 a) $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = 0{,}5$ donc $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} < 1$,
c'est-à-dire $u_{n+1} < u_n$.
Donc la suite (u_n) est décroissante.

b) $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = 3$ donc $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} > 1$ c'est-à-dire $v_{n+1} > v_n$.
Donc la suite (v_n) est croissante.

c) $\dfrac{w_{n+1}}{w_n} = 1{,}02$ donc $\dfrac{w_{n+1}}{w_n} > 1$
c'est-à-dire $w_{n+1} > w_n$.
Donc la suite (w_n) est croissante.

9 (u_n) semble croissante, (v_n) semble décroissante, (w_n) semble croissante à partir du rang 2.

10 Julia se trompe, $u_{n+1} - u_n = 5 > 0$, la suite (u_n) est croissante.

11 Paolo se trompe, $v_{n+1} - v_n = -2 < 0$, la suite (v_n) est décroissante.

12 a) $u_{n+1} - u_n = -3 < 0$, la suite (u_n) est décroissante.

b) $u_{n+1} - u_n = \dfrac{1}{5} > 0$, la suite (u_n) est croissante.

c) $u_{n+1} - u_n = 2n + 1 > 0$, la suite (u_n) est croissante.

d) $u_{n+1} - u_n = 2n + 1 < 0$ pour $n \geqslant 1$, la suite (u_n) est décroissante.

14 a) $w_{n+1} - w_n = \dfrac{1}{n+2} - \dfrac{1}{n+1}$
$= \dfrac{n+1-(n+2)}{(n+1)(n+2)}$
$= \dfrac{-1}{(n+1)(n+2)}$.

b) Pour tout n de $\mathbb{N}$, $(n+1)(n+2) > 0$ donc $\dfrac{-1}{(n+1)(n+2)} < 0$, la suite (w_n) est décroissante.

Attention au d) du 12 erreur c'est -2n+1 et non 2n +1 donc la suite est bien décroissante

16 $v_{n+1} - v_n = -2v_n^2 < 0$, la suite (v_n) est décroissante.

17 $$t_{n+1} - t_n = \frac{n+1}{2n+3} - \frac{n}{2n+1}$$
$$= \frac{1}{(2n+3)(2n+1)} > 0,$$
la suite (t_n) est croissante.

18 $$u_{n+1} - u_n = 4 - (n+2)^2 - 4 + (n+1)^2$$
$$= -2n - 3 < 0,$$
la suite (u_n) est décroissante.

19 **a)** $S_{n+1} - S_n = n + 1$,
b) Comme $n \geqslant 1$, $n + 1 > 0$, la suite (S_n) est croissante.

20 $u_{n+1} - u_n = n^2 - 10 > 0$ si et seulement si $n^2 > 10$, c'est-à-dire $n > \sqrt{10}$ soit $n > 3{,}16$.
La suite (u_n) est croissante à partir du rang 4.

21 **a)** $$e_{n+1} - e_n = 40\,000 \times 0{,}89^{n+1} + 13\,000$$
$$- 40\,000 \times 0{,}89^n - 13\,000$$
$$= 40\,000 \times (0{,}89 - 1)$$
$$= -0{,}11 \times 40\,000$$
b) $e_{n+1} - e_n < 0$, la suite (e_n) est décroissante.
L'empreinte carbone de l'entreprise va diminuer.

22 La différence de deux termes impairs consécutifs est
$$u_{2k+3} - u_{2k+1} = 3 + (-2)^{2k+3} - 3 - (-2)^{2k+1}$$
$$= (-2)^{2k+1} \times ((-2)^2 - 1)$$
$$= 3 \times (-2)^{2k+1}.$$
Comme $(-2)^{2k+1} < 0$, les termes impairs de la suite (u_n) sont décroissants.
Par conséquent la suite (u_n) n'est ni croissante ni décroissante.

Attention au 21 il manque à la 3ième et 4ième ligne $0{,}89^n$ mais cela ne change pas le signe.

Autre correction du 22

Pour tout entier naturel n on a :
$$U_{n+1} - U_n = 3 + (-2)^{n+1} - (3 + (-2)^n) = (-2)^{n+1} - (-2)^n = (-2)^n((-2)^1 - 1) = (-2)^n \times (-3)$$
Si n est pair alors $U_{n+1} - U_n < 0$ alors que si n est impair $U_{n+1} - U_n > 0$ donc la suite n'est ni croissante ni décroissante, on dit aussi qu'elle n'est pas monotone.

23 La fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$, donc la suite (u_n) est croissante.

24 La suite (u_n) est croissante à partir du rang 2.

25 **a)**

x	0		$+\infty$
$f(x)$	0	↗	$+\infty$

b) La suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n^2$ a le même sens de variation que la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = x^2$, elle est croissante.

26 **a)**

x	0		$+\infty$
$f(x)$	||	↘	

b) La suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{1}{n}$ a le même sens de variation que la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$, elle est décroissante.

27 **a)** La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2 - 3x$ permet de définir la suite (a_n).

b) f est décroissante sur $[0\,;+\infty[$, la suite (a_n) est donc décroissante.

30 **a)**

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f(x)$		↘	0	↗	

La fonction f définie par $f(x) = (x+1)^2$ est croissante sur $[0\,;+\infty[$, donc la suite (u_n) est croissante.

b)

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$		↗	||	↗	

La fonction f définie par $f(x) = 2 - \dfrac{10}{x}$ est décroissante sur $[0\,;+\infty[$, donc la suite (u_n) est décroissante.

31 La fonction f définie par $f(x) = x^2 - 200x$ est décroissante sur $]-\infty\,;100]$, puis croissante sur $[100\,;+\infty[$, donc la suite (u_n) est croissante à partir du rang 100.

Laura se trompe.

35 h_n est de la forme $f(n)$, avec f la fonction définie sur $[2\,;13]$ par $f(x) = -0{,}2x^2 + 2{,}5x - 1{,}6$.
$f'(x) = -0{,}4x + 2{,}5$.

La fonction f est croissante sur $[2\,;6{,}25]$ puis décroissante sur $[6{,}25\,;13]$, donc la suite (h_n) est décroissante à partir du rang 6.

À 8 h on est en marée descendante.

39 Pour tout n de $\mathbb{N}$, $2^n > 0$, comme $5 > 0$, tous les termes de la suite (v_n) sont positifs.

b) $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \dfrac{5 \times 2^{n+1}}{5 \times 2^n} = 2$, la suite (v_n) est la suite géométrique de raison 2 et de premier terme $v_0 = 5$.

c) $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = 2 > 1$, la suite (v_n) est donc croissante.

41 $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{\dfrac{9^{n+2}}{7^{n+1}}}{\dfrac{9^{n+1}}{7^n}} = \dfrac{9^{n+2}}{7^{n+1}} \times \dfrac{7^n}{9^{n+1}} = \dfrac{9}{7} > 1$, la suite (u_n) est croissante.

46 Méthode 1 suite (w_n).
Méthode 2 suite (v_n).
Méthode 3 suite (u_n).

47 **a)**

n	u_n
1	2
2	2
3	2.666667
4	4
5	6.4
6	10.66667
7	18.28571

La suite (u_n) semble croissante à partir du rang 2.

b) $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} - 1 = \dfrac{\dfrac{2^{n+1}}{n+1}}{\dfrac{2^n}{n}} - 1 = \dfrac{n-1}{n+1}$.

Pour $n > 1$, $\dfrac{n-1}{n+1} > 0$, donc $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} > 1$.
La suite (u_n) est croissante à partir du rang 2.

55 Les deux suites semblent tendre vers 0.

56 **a)** La suite (u_n) semble tendre vers -2.
b) La suite (u_n) semble tendre vers 5.

57
a)

n	u_n
0	1
1	1.5
2	1.8
3	1.9
4	1.941176
5	1.961538
6	1.972973

La suite (u_n) semble tendre vers 2.
b)

n	u_n
0	6
1	5.5
2	5.25
3	5.125
4	5.0625
5	5.03125
6	5.015625

La suite (v_n) semble tendre vers 5.

c)

n	u_n
0	2
1	4.25
2	4.8125
3	4.953125
4	4.988281
5	4.99707
6	4.999268

La suite (w_n) semble tendre vers 5.

c)

n	u_n
0	2
1	4.25
2	4.8125
3	4.953125
4	4.988281
5	4.99707
6	4.999268

La suite (w_n) semble tendre vers 5.

58 **a)** $v_0 = 3\times 0{,}4^0 = 3$, $v_1 = 3\times 0{,}4 = 1{,}2$,
$v_2 = 3\times 0{,}4^2 = 0{,}48$,
$v_3 = 3\times 0{,}4^3 = 0{,}192$, $v_4 = 3\times 0{,}4^4 = 0{,}0768$.

b)

7	0.0049152
8	0.00196608
9	0.000786432

$0 < v_n < 10^{-3}$ pour $n > 8$.

15	0.000003221225
16	0.00000128849
17	5.153961e-7

$0 < v_n < 10^{-6}$ pour $n > 16$.

c) La suite (v_n) semble tendre vers 0.

61 **1. a)** La suite (u_n) qui modélise l'évolution du nombre d'insecte est une suite géométrique de raison $1-\frac{20}{100} = 0{,}8$. Le nombre initial d'insectes est 15 000.

On a donc $u_n = 15000\times 0{,}8^n$.

b) C'est l'écran 2 qui affiche les premiers points de la représentation graphique de (u_n).

2. a)

4	6144
5	4915.2

Le nombre d'insectes sera inférieur à 5 000 au bout de 5 ans.

12	1030.792
13	824.6337

Le nombre d'insectes sera inférieur à 1 000 au bout de 13 ans.

22	110.6805
23	88.54437

Le nombre d'insectes sera inférieur à 100 au bout de 23 ans.

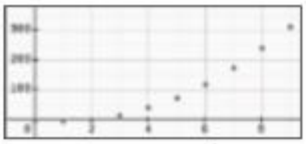
b) La suite (u_n) semble tendre vers 0. La population d'insecte va s'éteindre.

63 **a)** La limite de la suite 1 semble être $+\infty$,
b) la limite de la suite 1 semble être $-\infty$.

64 **a)** La limite de la suite semble être $+\infty$,
b) la limite de la suite semble être $-\infty$.

65 **a)** La limite de la suite (u_n) semble être $+\infty$,
b) La limite de la suite (v_n) semble être 5,
c) La limite de la suite (u_n) semble être $-\infty$.

67 **a)**



n	u_n
0	-1
1	-6
2	-1
3	14
4	39
5	74
6	119

b) $v_n > 500$ pour $n > 11$, $v_n > 5000$ pour $n > 32$.
c) La suite (v_n) semble tendre vers $+\infty$.

70 **a)** $u_n = 10 \times 1{,}25^n$.
b)

n	u_n
0	10
1	12.5
2	15.625
3	19.53125
4	24.41406
5	30.51758
6	38.14697

7	47.68372
8	59.60464
9	74.50581
10	93.13226
11	116.4153
12	145.5192
13	181.8989

44	183671
45	229588.7
46	286985.9
47	358732.4
48	448415.5
49	560519.4
50	700649.2

c) Le nombre de bactéries est supérieur à 100 000 au bout de 52 heures.

d) La suite (u_n) semble tendre vers $+\infty$.