I – Puissances entières :

a) Définitions :

Pour *n* entier naturel non nul et a réel : $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots\ldots\ldots\ldots \times a}_{n \text{ facteurs égaux}}$

Par convention : $a \neq 0$: $a^0 = 1$.

Pour $a \neq 0$, l'inverse de a^n se note a^{-n}. Autrement dit : $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$.
En particulier, $a^1 = a$ et $a^{-1} = \frac{1}{a^1}$

- Exemples :

b) Propriétés :

Dans les formules suivantes, $a \in \mathbb{R}^*$, $b \in \mathbb{R}^*, n \in \mathbb{Z}$ et $p \in \mathbb{Z}$.

Formules		Exemples
Produit de puissances	$a^n \times a^p = a^{n+p}$	$3^8 \times 3^6 =$
Quotient de puissances	$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$	$\frac{5^4}{5^6} =$
Puissance de puissance	$(a^n)^p = a^{n \times p}$	$(x^2)^4 =$
Puissance d'un produit	$(a \times b)^n = a^n \times b^n$	$3^7 \times 2^7 =$
Puissance d'un quotient	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\frac{10^4}{5^4} =$

c) Ecriture scientifique :

L'écriture scientifique d'un nombre décimal est de la forme $\boldsymbol{a} \times \mathbf{10}^{\boldsymbol{n}}$ avec a décimal qui possède un seul chiffre avant la virgule c'est-à-dire $-\mathbf{10} < \boldsymbol{a} < \mathbf{10}$ et n entier relatif.

- Exemples :

$0{,}000\,036 =$	$125{,}37 =$	$0{,}0047 =$
$-2000 =$	$360000 =$	$874{,}6 \times 10^5 =$

Remarques :

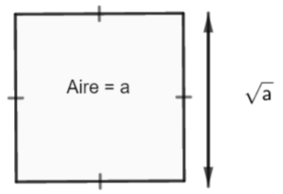
- Attention ! Il n'existe pas de règle de calcul sur l'addition de deux puissances. Par exemple,

$10^2 + 10^3$

II – Racines carrées :

a) Définition de la racine carrée d'un nombre positif :

La racine carrée d'un nombre positif a est le nombre positif, noté $\sqrt{\boldsymbol{a}}$, dont le carré vaut a.
Autrement dit $\sqrt{\boldsymbol{a}} \times \sqrt{\boldsymbol{a}} = \left(\sqrt{\boldsymbol{a}}\right)^{\mathbf{2}}$



Graphiquement, le côté d'un carré d'aire a est $\sqrt{a}$

Remarques :

- ☐ On parle aussi de « radical » pour évoquer le symbole $\sqrt{\ }$.
- ☐ Un carré parfait est le carré d'un nombre entier.
- ☐ Le carré d'un nombre est toujours positif.
- ☐ Lorsque $a < 0$, $\sqrt{a}$ n'existe pas et n'a pas de sens.

❖ Exemples :

$\sqrt{1} =$	$\sqrt{9} = 3$	$\left(\sqrt{2}\right)^2 =$	$\sqrt{2}$

b) Propriétés

Pour tout nombre a, $\sqrt{a^2} = a$ si $a \geq 0$ et $\sqrt{a^2} = -a$ si $a < 0$.

❖ Exemples : $\sqrt{(-8)^2}$ et $\sqrt{6^2} =$

Remarques :
On verra un peu plus tard qu'on peut écrire : pour tout nombre a, $\sqrt{a^2} = |a|$.
En effet, la valeur absolue de a, notée $|a|$, vaut a si $a \geq 0$ et $-a$ si $a < 0$
Par exemple, $|4| = 4$ et $|-2| = 2$

c) Opérations sur les racines carrées :

a et b désignent deux nombres réels positifs.

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
- Si b$\neq$ 0, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

☐ Démonstration :

Exemples : Justifier que les nombres $A = \sqrt{50} \times \sqrt{2}$ et $B = \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{18}}$ peuvent s'écrire sous la forme d'un entier.

d) Exercices d'application :

❖ Méthode 1 : Comment simplifier une racine carrée ?

On se sert des tables pour simplifier des écritures sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a entier positif et b entier positif le plus petit possible. L'idée est de trouver des carrés parfaits.

▶ Ecrire $C = \sqrt{32}$ et $D = \sqrt{75}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers, b étant le plus petit possible.

❖ Méthode 2 : Comment simplifier un produit de racines ?

Décomposer chaque nombre grâce aux tables et utiliser la propriété de produit.
L'idée est de trouver deux facteurs en $\sqrt{a}$ pour donner $\sqrt{a^2} = a$.

▶ Simplifier l'écriture $\sqrt{8} \times \sqrt{10}$

❖ Méthode 3 : Comment simplifier une somme ?

Décomposer chaque nombre grâce aux tables et utiliser la propriété de produit.
L'idée est de trouver deux facteurs en $\sqrt{a}$ pour les ajouter.
▶ Simplifier l'écriture $\sqrt{12} + \sqrt{27}$

❖ Méthode 4 : Comment supprimer le radical du dénominateur ?

Il faut multiplier numérateur et dénominateur par le dénominateur.
L'idée est de tomber au dénominateur sur $\sqrt{a^2} = a$.
▶ Simplifier l'expression $D = \frac{x}{\sqrt{x}}$:

❖ Exercices :

1) Ecrire $E = 14\sqrt{7} - 6\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$ et $F = 2\sqrt{45} - 7\sqrt{80}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers, b étant le plus petit possible.

2) Développer les expressions suivantes :

A= $\sqrt{2} \times \left(\sqrt{72} + 3\sqrt{6}\right) =$

B = $\left(\sqrt{3} + 5\right)^2 =$

C =$\left(\sqrt{x} + 1\right)\left(\sqrt{x} - 1\right) =$