

1 ^{ère} EDS	Devoir en Temps Libre n°1	Correction
----------------------	---------------------------	------------

Exercice 1 :

a) Dans chacun des cas, écrire le trinôme sous la forme $ax^2 + bx + c$ et préciser les valeurs de a , b et c :

$1 - 2x^2 + 3x$ $= -2x^2 + 3x + 1$ $a = -2; b = 3; c = 1$	$5 + 2x^2$ $= 2x^2 + 5$ $a = 2; b = 0; c = 5$	$\sqrt{3}x^2 - 5 + 2x$ $= \sqrt{3}x^2 + 2x - 5$ $a = \sqrt{3}; b = 2; c = -5$
$\frac{3}{5}x - 2(x^2 + \frac{3}{2})$ $= -2x^2 + \frac{3}{5}x - 3$ $a = -2; b = \frac{3}{5}; c = -3$	$-3(2x - x^2 - 1)$ $= 3x^2 - 6x + 3$ $a = 3; b = -6; c = 3$	$(7x + 2)^2 - (1 - 5x)^2$ $= 49x^2 + 28x + 4 - (1 - 10x + 25x^2)$ $= 24x^2 + 38x + 3$ $a = 24; b = 38; c = 3$

b) Vérifier que le nombre r est une racine des trinômes suivants :

$2x^2 + 3x - 5$ avec $r = 1$ $= 2 \times 1^2 + 3 \times 1 - 5 = 2 + 3 - 5 = 0$ donc r est bien une racine du trinôme.	$x^2 - \frac{7}{6}x + \frac{1}{3}$ avec $r = \frac{2}{3}$ $(\frac{2}{3})^2 - \frac{7}{6} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{4}{9} - \frac{7}{9} + \frac{3}{9} = -\frac{3}{9} + \frac{3}{9} = 0$ donc r est bien une racine du trinôme.
$7x^2 - 4x - 11$ avec $r = -1$ $7 \times (-1)^2 - 4 \times (-1) - 11 = 7 + 4 - 11 = 11 - 11 = 0$ donc r est bien une racine du trinôme.	$-x^2 + x + 2 - \sqrt{2}$ avec $r = 1 - \sqrt{2}$ $= -(1 - 2\sqrt{2})^2 + (1 - \sqrt{2}) + 2 - \sqrt{2}$ $= -(1 - 2\sqrt{2} + 2) + 1 - \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2}$ $= -3 + 2\sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2}$ $= -3 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 3 = 0$ Donc r est bien une racine du trinôme.

Exercice 2 : compléter les identités suivantes afin de faire apparaître une identité remarquable :

$x^2 - 14x + 49 \dots = (x - 7)^2$	$9x^2 + 6x + 1 = (.3x + 1)^2$
$x^2 - .6x + 9 = (x - 3.)^2$	$2x^2 - 4x + 2 = ...2(x - 1.)^2$
$x^2 + 10x + 28.. = (x + 5..) ^2 + 3$	$50x^2 + 60x + 19 = 2(5x + 3..) ^2 + 1..$

Exercice 3 :

1) Dans chaque cas, écrire le trinôme sous sa forme canonique :

$A = x^2 + 6x + 1$ $A = x^2 + 6x + 9 - 9 + 1$ $A = (x + 3)^2 - 8$	$B = -2x^2 + 10x$ $B = -2(x^2 - 5x)$ $B = -2(x^2 - 2 \times \frac{5}{2}x + (\frac{5}{2})^2 - (\frac{5}{2})^2)$ $B = -2((x - \frac{5}{2})^2 - \frac{25}{4})$ $B = -2(x - \frac{5}{2})^2 + \frac{25}{2}$	$C = 3x^2 - 9x - 15$ $C = 3(x^2 - 3x - 5)$ $B = 3(x^2 - 2 \times \frac{3}{2}x + (\frac{3}{2})^2 - (\frac{3}{2})^2 - 5)$ $B = 3((x - \frac{3}{2})^2 - \frac{29}{4})$ $B = 3(x - \frac{3}{2})^2 - \frac{87}{4}$
---	--	---

2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 12x + 22$.

a. Déterminer la forme canonique de la fonction f .

1^{ère} méthode :

$$f(x) = 2x^2 - 12x + 22 = 2(x^2 - 6x + 11)$$

$$f(x) = 2(x^2 - 2 \times 3x + 9 - 9 + 11)$$

$$f(x) = 2((x - 3)^2 - 2) = 2(x - 3)^2 - 4$$

2^{ème} méthode :

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{avec } a = 2, b = -12 \text{ et } c = 22$$

$$\text{Or la forme canonique est } f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{-b}{2a} = -\frac{-12}{2 \times 2} = 3 \quad \text{et}$$

$$\beta = f(\alpha) = f(3) = 2 \times 3^2 - 12 \times 3 + 22 = 18 - 36 + 22 = 4$$

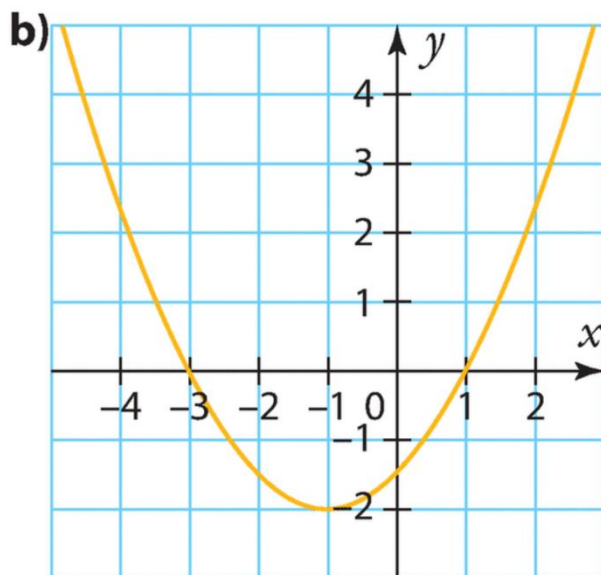
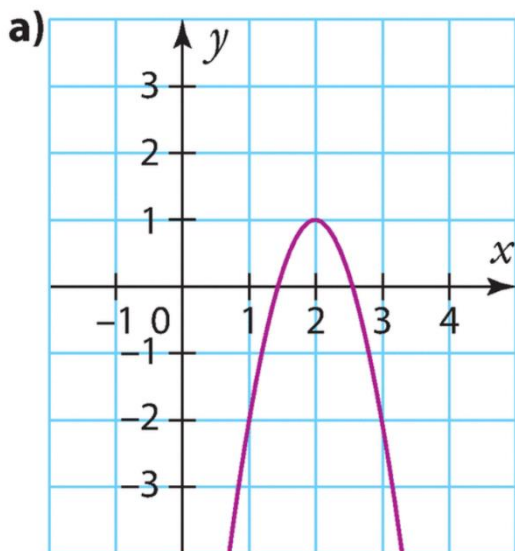
$$\text{Donc } f(x) = 2(x - 3)^2 + 4$$

b. En déduire le maximum de f et la valeur de x pour laquelle il est atteint.

Comme $a = 3 > 0$, alors f admet pour maximum $\beta = f(\alpha) = 4$ qui est atteint en $x = \alpha = 3$.

Exercice 4:

Pour chaque fonction représentée ci-dessous, déterminer les coordonnées du sommet, l'axe de symétrie et le signe de a .



a) D'après la courbe, les coordonnées du sommet S sont $(2 ; 1)$, on en déduit que l'axe de symétrie a pour équation $x = 2$. La courbe admet un maximum et est « tournée vers le bas » donc a est négatif.

b) D'après la courbe, les coordonnées du sommet S sont $(-1 ; -2)$, on en déduit que l'axe de symétrie a pour équation $x = -1$. La courbe admet un minimum et est « tournée vers le haut » donc a est positif.

Exercice 5:

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x^2 + 9x - 5$.

1. f admet-elle un maximum ou un minimum sur $\mathbb{R}$?

$a = -3 < 0$ donc f admet un maximum sur $\mathbb{R}$

2. Dresser le tableau de variations de f .

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{avec } a = -3, b = 9 \text{ et } c = -5$$

$$\alpha = \frac{-b}{2a} = -\frac{9}{2 \times (-3)} = \frac{3}{2} \quad \text{et} \quad \beta = f(\alpha) = f\left(\frac{3}{2}\right) = -3 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 9 \times \frac{3}{2} - 5 = -\frac{27}{4} + \frac{54}{4} - \frac{20}{4} = \frac{7}{4}$$

On obtient donc le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$	$\alpha = \frac{3}{2}$	$+\infty$
f	