

On considère une expérience aléatoire d'univers fini Ω et une probabilité P définie sur Ω .

A , B et C sont trois événements de Ω . On suppose que $P(A) \neq 0$

Probabilité conditionnelle

✧ **La probabilité de « B sachant A »**

(sous-entendu que A est réalisé) est :

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

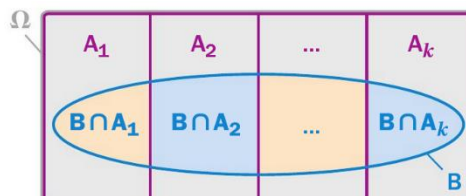
$$P_A(B) = \frac{\text{probabilité de l'intersection}}{\text{probabilité de la condition}}$$

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- $P(A \cap B) = P_A(B) \times P(A)$

Partition et formule des probabilités totales

Les événements $A_1, A_2, \dots, A_k$ réalisent **une partition de l'univers Ω** si et seulement si :

- $A_1 \neq \emptyset, A_2 \neq \emptyset; \dots A_k \neq \emptyset$
- Si i et j sont dans $\{1, \dots, n\}$ avec $i \neq j$, $A_i \cap A_j = \emptyset$
 $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_k = \Omega$



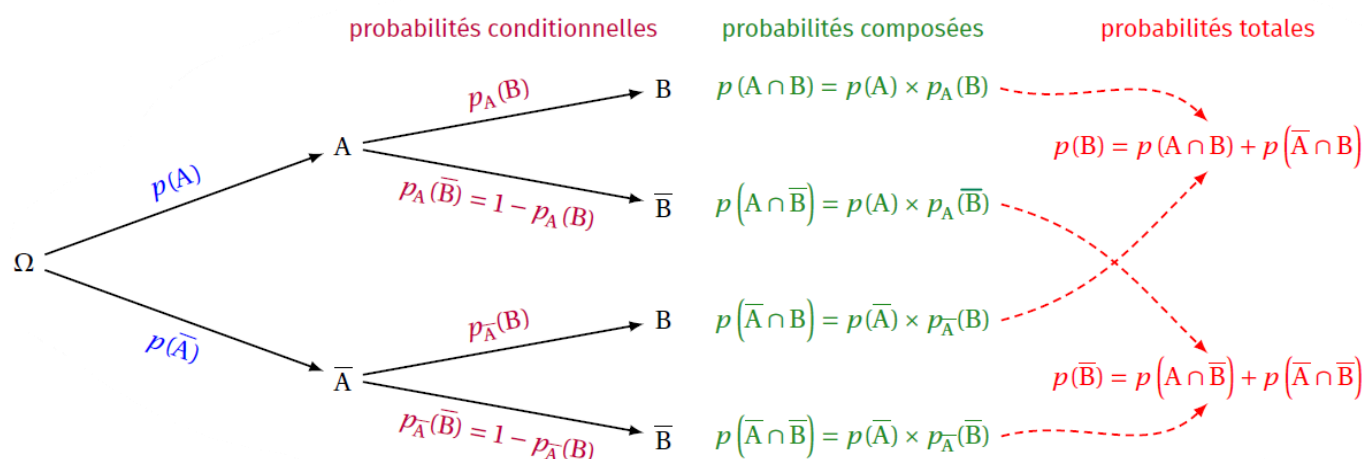
✧ **Formule des probabilité totales :**

$$P(B) = p(B \cap A_1) + p(B \cap A_2) + \dots + p(B \cap A_k)$$

Cas particulier de la partition $\{A, \bar{A}\}$

$$P(B) = p(B \cap A) + p(B \cap \bar{A})$$

Arbre pondéré



✧ **Règle de la somme :**

La somme des probabilités inscrites sur les branches partant d'un même nœud est égale à 1.

✧ **Règle du produit :**

La probabilité d'un chemin, constitué d'une succession de branches, est égale au produit des probabilités inscrites sur ses branches.

Événements Indépendants ; incompatibles.

✧ **Événements indépendants** (La réalisation de A n'influence pas sur la réalisation de B)

- A et B indépendants $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
- A et B indépendants $\Leftrightarrow P_A(B) = P(B)$
ou $P_B(A) = P(A)$.

✧ **Événements incompatibles** (Les événements ne peuvent pas se produire simultanément, ils ne contiennent pas d'issues communes)

- A et B incompatibles $\Leftrightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- A et B incompatibles $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$

Tableau à double entrées.

	A	$\bar{A}$	Total
B	$P(A \cap B)$	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(B)$
$\bar{B}$	$P(A \cap \bar{B})$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(\bar{B})$
Total	$P(A)$	$P(\bar{A})$	1