MATHS 2nd	Devoir en Temps Libre n°6	Correction

Exercice 1 :

Voici deux programmes de calcul.

Programme A	Programme B
• Choisir un nombre. • Multiplier ce nombre par 9. • Ajouter 5.	• Choisir un nombre. • Multiplier ce nombre par 4. • Soustraire 10.

b) Donner l'expression littérale de chaque programme, si l'on choisit comme nombre de départ x

c) Fatima affirme : « J'ai choisi un nombre et les deux programmes ont donné le même résultat ».
Déterminer le nombre choisi par Fatima ?

a) On choisit le nombre 2.
Calculer le nombre obtenu avec le programme A, puis avec le programme B.

Avec le programme A, si le nombre choisi est 2 , on obtient : $2 \times 9 + 5 = 23$
Avec le programme B, si le nombre choisi est 2 , on obtient : $2 \times 4 - 10 = -2$

b) Donner l'expression littérale de chaque programme, si l'on choisit comme nombre de départ x
Soit x le nombre choisi
L'expression algébrique du programme A est $9x + 5$ et celle du programme B est $4x - 10$

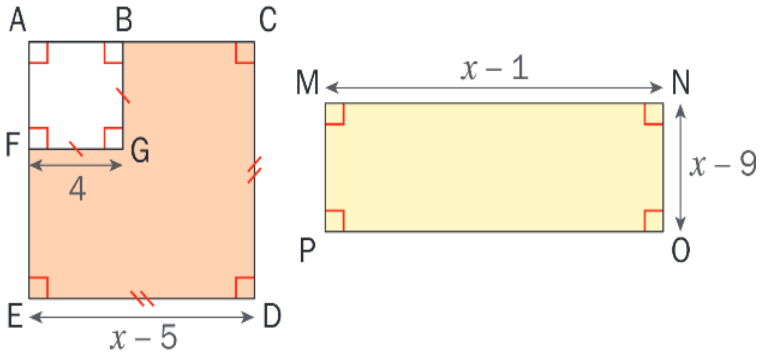
c) Fatima affirme : « J'ai choisi un nombre et les deux programmes ont donné le même résultat ».
Déterminer le nombre choisi par Fatima ?
Soit x le nombre choisi par Fatima
L'équation est donc $9x + 5 = 4x - 10$

$$\Leftrightarrow \quad 5x + 5 = -10$$
$$\Leftrightarrow \quad 5x = -15$$
$$\Leftrightarrow \quad x = \frac{-15}{5} = -3$$

$S = \{-3\}$
Le nombre choisi par Fatima est le nombre -3.

Exercice 2:

On considère les deux figures ci-contre, avec x un nombre supérieur à 9.
Les aires de l'hexagone BCDEFG et du rectangle MNOP sont-elles égales ?



$A_{BCDEFG} = (x-5)^2 - 4^2 = x^2 - 10x + 25 - 16$
$= x^2 - 10x + 9$
$A_{MNOP} = (x-1)(x-9) = x^2 - 9x - x + 9$
$= x^2 - 10x + 9$
Les deux aires sont bien égales.

Exercice 3 :

1) La masse volumique d'un corps est donné par : $\rho = \frac{m}{V}$ avec m (masse) et V (volume)

Exprimer m puis V en fonction des autres grandeurs.

$m = \rho \times V$ et $V = \frac{m}{\rho}$

2) La relation entre la distance d (en km), du point le plus éloigné que l'on peut voir sur une surface horizontale dégagée et la hauteur h, en m, des yeux est : $\frac{d^2}{h} = 0{,}1125$

a) Exprimer d en fonction de h.

$\frac{d^2}{h} = 0{,}1125$ c'est-à-dire $d^2 = 0{,}1125h$ soit $d = \sqrt{0{,}1125h}$

b) Au phare de Capbreton, à 3m du sol, Capucine surveille la mer. À quelle distance est le point le plus éloigné qu'elle peut voir ?

$d = \sqrt{0{,}1125 \times 3} \approx 0{,}581\ km = 581\ m$

Exercice 4: Identité remarquables

Développer et réduire chaque expression :

$A = (x-7)(x+7)$ $= x^2 - 7^2$ $= x^2 - 49$	$B = (x+5)^2$ $= x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2$ $= x^2 + 10x + 25$	$C = (3x-4)^2$ $= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 4 + 4^2$ $= 9x^2 - 24x + 16$
$D = (5x-2)^2 - 3(-5x+2) = 25x^2 - 20x + 4 + 15x - 6$ $= 25x^2 - 5x - 2$		

Factoriser chaque expression :

$E = x^2 - 6x + 9$ $= x^2 - 2 \times 3x + 3^2$ $= (x-3)^2$	$F = 16x^2 - 49$ $= (4x)^2 - 7^2$ $= (4x-7)(4x+7)$
$G = (2x-1)(3+2x) - (2x-1)(5+x)$ $= (2x-1)\big((3+2x) - (5+x)\big)$ $= (2x-1)(3+2x-5-x)$ $= (2x-1)(x-2)$	

Exercice 5:

1) Ecrire chacune des expressions suivantes sous la forme d'un unique quotient (x est un nombre réel non nul).

$$A = \frac{4}{x} + \frac{3x-2}{3x} = \frac{4\times3}{x\times3} + \frac{3x-2}{3x} = \frac{12+3x-2}{3x} = \frac{10+3x}{3x}$$

$$B = 2x - \frac{x+1}{3x} = \frac{2x \times 3x}{3x} - \frac{x+1}{3x} = \frac{6x^2}{3x} - \frac{x+1}{3x} = \frac{6x^2 - x - 1}{3x}$$

2) Ces expressions sont-elles égales pour tout nombre réel x ?

$A = (3x-1)(16-12x)$ et $H = 9 - (6x-5)^2$

1ère méthode :

Pour prouver que deux expressions sont égales on part d'une expression pour arriver à l'autre.

$H = 9 - (6x-5)^2 = 3^2 - (6x-5)^2 = (3-(6x-5))(3+(6x-5))$

$= (3-6x+5)(3+6x-5)$

$= (8 - 6x)(6x - 2)$
$= (8 - 6x) \times 2(3x - 1)$
$= (16 - 12x)(3x - 1)$
On a bien $H = A$

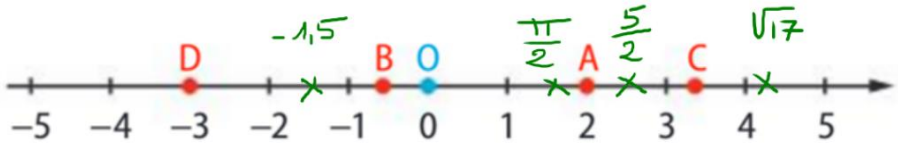
2ème méthode :
Pour prouver que deux expressions sont égales on montre qu'elles sont égales à une même troisième.
$A = (3x - 1)(16 - 12x) = 48x - 36x^2 - 16 + 12x = -36x^2 + 60x - 16$
$H = 9 - (6x - 5)^2 = 9 - (36x^2 - 60x + 25) = 9 - 36x^2 + 60x - 25 = -36x^2 + 60x - 16$
Les expressions A et H sont toutes les deux égales à $-36x^2 + 60x - 16$, elles sont donc égales.

Exercice 6:

1) Déterminer la nature de chaque nombre :
a) $\frac{11}{50}$ b) $\frac{85}{1500}$ c) $\frac{\pi}{2}$ d) $1 - \sqrt{4}$

- $\frac{11}{50} = 0{,}22$ est un nombre décimal donc $\frac{11}{50} \in \mathbb{D}$
- $\frac{85}{1500} = \frac{5\times17}{5\times300} = \frac{17}{300}$ est un nombre rationnel donc $\frac{85}{1500} \in \mathbb{Q}$
- $\frac{\pi}{2}$ est un nombre réel $\frac{\pi}{2} \in \mathbb{R}$
- $1 - \sqrt{4} = 1 - 2 = -1$ est un nombre relatif donc $1 - \sqrt{4} \in \mathbb{Z}$

2) a) Associer aux points A, B, C, D de la droite graduée ci-contre un réel, avec la précision permise par le graphique.



A(2) ; B(-0,5) ; C(3,3) ; D(-3)

b) Placer les réels $-1{,}5$; $\frac{5}{2}$; $\sqrt{17}$; $\frac{\pi}{2}$ sur la droite numérique

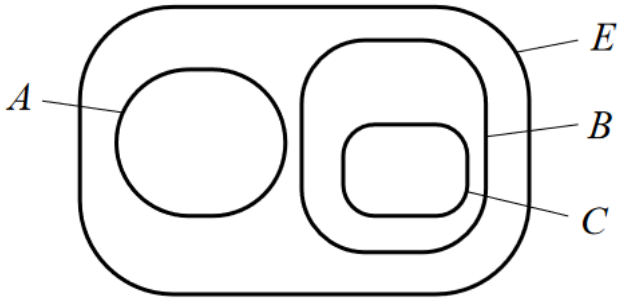
3) a) Donner un encadrement d'amplitude 10^{-3} du réel $2\sqrt{7}$.

L'encadrement à 10^{-3} près de $2\sqrt{7}$ est $5{,}291 < 2\sqrt{7} < 5{,}292$

b) Donner l'arrondi au dixième du nombre réel $\frac{\pi}{4}$.

L'arrondi au dixième de $\frac{\pi}{4}$ est 0,8.

***Exercice 7:**
On donne les ensembles définis par le diagramme ci-contre :
On sait que :
- il y a 57 750 éléments dans C ;
- la proportion de A dans E est 15 % ;
- la proportion de B dans E est 88 % ;
- la proportion de C dans B est 21 % .
Calculer le nombre d'éléments dans A .



Proportion de C dans E : $0{,}21 \times 0{,}88 = 0{,}1848$

Effectif de E : $\boldsymbol{N = \frac{n}{p}} = \frac{\mathbf{57\,750}}{0{,}1848} = 31\,2\,500$

Effectif de A : $\mathrm{n} = p \times \mathrm{N} = 0{,}15 \times 312\,500 = 46\,875$

Le nombre d'éléments dans A est 46 875.