

Exercice 1 : QCM

Pour les questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse fautive, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Aucune justification n'est demandée.

Question	a	b	c	d
1 (u_n) est la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2n^2 - 4n$. Alors ...	$u_{10} = 240$	$u_{15} = 390$	$u_{20} = 0$	$u_{100} = 1\,960$
2 (v_n) est la suite définie par $v_0 = 4$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 2v_n - 3$. Alors ...	$v_1 = 21$	$v_1 = 3$	$v_1 = 5$	$v_1 = 7$
3 (u_n) est la suite arithmétique de raison 10 telle que $u_2 = 5$. Pour tout nombre $n \in \mathbb{N}$, ...	$u_n = -5 + 5n$	$u_n = 10 - \frac{5}{2}n$	$u_n = 5 \times 10^{n-2}$	$u_n = 10n - 15$
4 (u_n) est la suite géométrique de raison 10 telle que $u_0 = 3$. Pour tout nombre $n \in \mathbb{N}$, ...	$u_n = 3 \times 10^n$	$u_n = 10 \times 3^n$	$u_n = 3 + 10n$	$u_n = 3 \times 10^{n-1}$

Exercice 2 :

Une chaîne de salons de coiffure propose à ses clients qui viennent pour une coupe deux prestations supplémentaires cumulables :

- une coloration naturelle à base de plantes appelée « couleur-soin »,
- des mèches blondes pour donner du relief à la chevelure, appelées « effet coup de soleil ».

Il apparaît que 40% des clients demandent une « couleur-soin ». Parmi ceux qui ne veulent pas de « couleur soin », 30% des clients demandent un « effet coup de soleil ». Par ailleurs, 24% des clients demandent une « couleur soin » et un « effet coup de soleil ».

On interroge un client au hasard.

On notera C l'évènement « Le client souhaite une "couleur-soin." ».

On notera E l'évènement « Le client souhaite un "effet coup de soleil." ».

1. Donner les valeurs de $P(C)$, $P(C \cap E)$ et $P_{\bar{C}}(E)$.
2. Calculer la probabilité que le client ne souhaite ni une « couleur-soin », ni un « effet coup de soleil ».
3. Montrer que la probabilité de l'évènement E est égale à 0,42.
4. Les évènements C et E sont-ils indépendants ?

Exercice 3 :

Partie A :

Soit (u_n) une suite géométrique de raison 2 de premier terme $u_0 = 0,2$.

1. Calculer u_{18} puis u_{50} .
2. Calculer $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{18}$, c'est-à-dire la somme des 19 premiers termes de la suite (u_n)
3. Recopier et compléter les trois parties en pointillé de l'algorithme suivant permettant de déterminer le plus petit entier n tel que la somme des $n + 1$ premiers termes de la suite u dépasse 100 000.

$U \leftarrow 0,2$ $S \leftarrow 0,2$ $N \leftarrow 0$ Tant que $U \leftarrow \dots$ $S \leftarrow \dots$ $N \leftarrow N+1$ Fin tant que Afficher N
--

Partie B :

Claude a donné 20 centimes d'euros (soit 0,20 €) à son petit-enfant Camille pour sa naissance.

Ensuite, Claude a doublé le montant offert d'une année sur l'autre pour chaque anniversaire jusqu'aux 18 ans de Camille. La somme totale versée par Claude à Camille permet-elle de payer un appartement à Angers d'une valeur de 100 000 € ?

Exercice 4:

Arthur et Boris ont préparé chacun un programme d'entraînement à la course à pied en vue de participer à un semi-marathon (21,1 km).

Ils vont s'entraîner une fois par semaine selon les programmes suivants :

- ils démarrent par un entraînement de 3 000 m.
- à chaque entraînement, Arthur augmente sa distance de course de 600 m et Boris augmente sa distance de course de 7%.

Ils considèrent leur préparation achevée lorsqu'ils auront atteint ou dépassé pour la première fois la distance du semi-marathon.

On note a_n et b_n les distances en mètres parcourues par Arthur et Boris au cours de leur $n^{\text{ième}}$ entraînement. Ainsi, $a_1 = b_1 = 3\,000$.

A. Préparation d'Arthur.

1. Exprimer a_{n+1} en fonction de a_n .
2. Exprimer a_n en fonction de n .
3. Calculer la distance parcourue par Arthur au cours du 10^{ème} entraînement.
4. Quelle distance aura parcouru Arthur au total durant les 20 premières semaines de son entraînement ?
5. Combien de semaines va durer la préparation d'Arthur ?

B. Préparation de Boris.

1. Exprimer b_{n+1} en fonction de b_n .
2. Exprimer b_n en fonction de n .
3. Calculer la distance parcourue par Boris au cours du 10^{ème} entraînement.
4. Quelle distance aura parcouru Boris au total durant les 20 premières semaines de son entraînement ?
5. En utilisant le tableau de valeurs de la calculatrice, déterminer combien de semaines va durer la préparation de Boris

Exercice 5 *:

La suite (v_n) est définie par :

$$v_0 = 0 \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = v_n + 2n + 2.$$

On définit la suite (w_n) par : $\forall n \in \mathbb{N}, w_n = v_{n+1} - v_n$

1. Déterminer le terme général de la suite (w_n) et en déduire sa nature.
2. On pose, pour tout nombre entier naturel n :

$$S_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$$

- a. Démontrer que, $\forall n \in \mathbb{N}$: $S_n = (n+1)(n+2)$
- b. Démontrer que, $\forall n \in \mathbb{N}$: $S_n = v_{n+1} - v_0$.
- c. En déduire une formule explicite de v_n .