

Exercice 1 :

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$, une suite arithmétique de raison $\frac{1}{2}$, telle que $u_1 = -1$.

1. Calculer u_{100}
2. Déterminer à partir de quel rang N on a $u_n \geq 100$
3. Calculer la somme $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{25}$
4. Calculer la somme $S' = u_{26} + u_2 + \dots + u_{50}$

Exercice 2 :

Une angine peut être provoquée soit par une bactérie (angine bactérienne) soit par un virus (angine virale). On admet qu'un malade ne peut pas être à la fois porteur du virus et de la bactérie. L'angine est bactérienne dans des **20 %** cas.

Pour déterminer si une angine est bactérienne, on dispose d'un test. Le résultat du test peut être positif ou négatif. Le test est conçu pour être positif lorsque l'angine est bactérienne mais il présente des risques d'erreur :

- si l'angine est bactérienne, le test est négatif dans 30% des cas
- si l'angine est virale, le test est positif dans 10% des cas

On choisit au hasard un malade atteint d'angine. On note :

- B l'événement : « l'angine est bactérienne » ;
- T l'événement : « le test effectué sur le malade est positif »

Si besoin, les résultats seront arrondis à 10^{-3} près.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Quelle est la probabilité que l'angine soit bactérienne et que le test soit positif ?
3. Montrer que la probabilité que le test soit positif est 0,22.
4. Un malade est choisi au hasard parmi ceux dont le test est positif. Quelle est la probabilité pour que son angine soit bactérienne ?

Exercice 3:

Monsieur Noméco veut comparer le prix de deux mutuelles commercialisées par les assureurs Mutuanet et Assurdix.

Pour chaque assureur, le prix initial proposé est de 300 euros par an en 2023.

Partie A. L'assureur Mutuanet prévoit une augmentation de 10 euros par an.

On note u_n le prix annuel, en euros, de la mutuelle de cet assureur en $2023 + n$.

Ainsi $u_0 = 300$.

1. Pour tout entier naturel n , exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
2. En déduire l'expression de u_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .
3. Déterminer le prix annuel, en euros, de cette mutuelle en 2035 ?
4. a. Démontrer que, pour tout entier naturel n :

$$u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = (n + 1)(5n + 300).$$

- b. En déduire la somme, en euros, que M. Noméco devra payer au total en 25 ans s'il choisit l'assureur Mutua-net.

Partie B. L'assureur Assurdix prévoit une augmentation de 2% euros par an.

On note v_n le prix annuel, en euros, de la mutuelle de cet assureur en $2023 + n$.

Ainsi $v_0 = 300$.

1. Pour tout entier naturel n , exprimer v_{n+1} en fonction de v_n .
Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
2. En déduire l'expression de v_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .
3. Vérifier que le prix annuel en 2035 est de 380,47 euros au centime près.
4. Déterminer la somme, à l'euro près, que M. Noméco devra payer au total en 25 ans s'il choisit l'assureur Assurdix.

Partie C. Monsieur Noméco a écrit l'algorithme ci-contre.

1. Quel est le but de cet algorithme ?
2. Quelle valeur de la variable n affiche-t-il ?

```
U ← 300
V ← 300
n ← 0
Tant que  $V \leq U$  faire
    U ← U + 10
    V ← V × 1,02
    n ← n + 1
Fin Tant que
Afficher n
```

Exercice 4* :

Dans le repère $(A ; B, D)$, ABCD est un carré de côté 1 et BEFG est un carré d'arête a .

1. Déterminer des équations cartésiennes des droites (CE), (DF) et (AG) en fonction de a .
2. Démontrer qu'elles sont concourantes en un même point K dont on donnera les coordonnées.

