

Exercice 1:

Tous les triangles tracés sur la figure ci-contre sont équilatéraux.

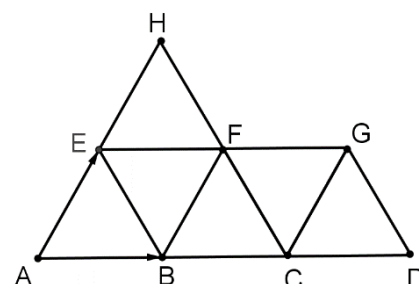
1) Compléter les égalités suivantes à l'aide des points de la figure :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AF}$$

$$\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{DG} = \overrightarrow{FE}$$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{AG}$$

$$\overrightarrow{EB} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{EC}$$



2) Remplacer les sommes vectorielles suivantes par un vecteur unique.

$$\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DG}$$

$$\text{en utilisant Chasles} \quad \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AG}$$

Exercice 2 :

En utilisant la relation de Chasles, compléter les égalités suivantes :

A, B, C, D, E sont des points quelconques du plan.

$$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BE}$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB}$$

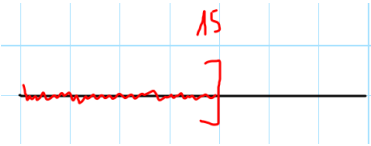
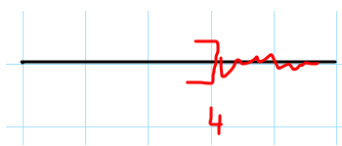
$$\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CE}$$

Exercice 3 : Résoudre les équations suivantes dans $\mathbb{R}$.

$(5x + 1)(8 - x) = 0$ $\Leftrightarrow 5x + 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 8 - x = 0$ $\Leftrightarrow 5x = -1 \quad \text{ou} \quad \Leftrightarrow 8 = x$ $\Leftrightarrow 5x = -\frac{1}{5} \quad \text{ou} \quad \Leftrightarrow 8 = x$ $S = \left\{-\frac{1}{5}; 8\right\}$	$x + (7 - x) = 0$ $\Leftrightarrow x + 7 - x = 0$ $\Leftrightarrow 7 = 0$ $S = \{\emptyset\}$	$x^2 = 7$ $\Leftrightarrow x = -\sqrt{7} \quad \text{ou} \quad x = \sqrt{7}$ $S = \{-\sqrt{7}; \sqrt{7}\}$
$\frac{3x + 7}{x + 3} = 0$ $x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \text{ donc l'ensemble de résolution est } \mathbb{R} - \{-3\}.$ Dans $\mathbb{R} - \{-3\}$. $\frac{3x+7}{x+3} = 0 \Leftrightarrow 3x + 7 = 0$ $\Leftrightarrow x = -\frac{7}{3}$ L'ensemble des solutions est donc $S = \left\{-\frac{7}{3}\right\}$	$(x + 4)(2x + 7) + (x + 4)(x + 3) = 0$ $\Leftrightarrow (x + 4)((2x + 7) + (x + 3)) = 0$ $\Leftrightarrow (x + 4)(3x + 10) = 0$ $\Leftrightarrow x + 4 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x + 10 = 0$ $\Leftrightarrow x = -4 \quad \text{ou} \quad \Leftrightarrow x = -\frac{10}{3}$ L'ensemble des solutions est donc $S = \left\{-4; -\frac{10}{3}\right\}$	$(2x - 6)^2 = 20$ $\Leftrightarrow (2x - 6)^2 = 20$ $\Leftrightarrow 2x - 6 = -\sqrt{20} \quad \text{ou} \quad 2x - 6 = \sqrt{20}$ $\Leftrightarrow x = \frac{6 - 2\sqrt{5}}{2} \quad \text{ou} \quad \Leftrightarrow x = \frac{6 + 2\sqrt{5}}{2}$ $\Leftrightarrow x = 3 - \sqrt{5} \quad \text{ou} \quad \Leftrightarrow x = 3 + \sqrt{5}$ L'ensemble des solutions est donc $S = \{3 - \sqrt{5}; 3 + \sqrt{5}\}$

Exercice 4:

Résoudre dans $\mathbb{R}$: les inéquations suivantes et représenter graphiquement les solutions.

$4x - 7 \leq 2x + 23 \Leftrightarrow 2x - 7 \leq 23$ $\Leftrightarrow 2x \leq 30$ $\Leftrightarrow \frac{2x}{2} \leq 15$ $\Leftrightarrow x \leq 15$	$(x - 3)(x + 5) > x^2 - 2x + 1$ $\Leftrightarrow x^2 + 5x - 3x - 15 > x^2 - 2x + 1$ $\Leftrightarrow 2x - 15 > -2x + 1$ $\Leftrightarrow 4x > 16$ $\Leftrightarrow x > 4$
	

Exercice 5:

1) $[AB]$ est un segment donné. On se propose de construire un point C tel que $\overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{CB} = \vec{0}$.

a) Démontrer que $\overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$.

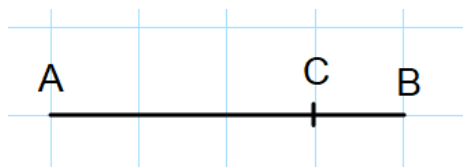
$$\overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{CB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{CB} = \vec{0}$$

D'après la relation de Chasles, on a $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$.

$$\text{Donc } \overrightarrow{CA} + 3(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{CA} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$$

$$3\overrightarrow{AB} = -4\overrightarrow{CA} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AB} = 4\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$$

b) Construire le point C.



2) Soit E, F, G, et H quatre points du plan. Démontrer que : $\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{FH}$

D'après la relation de Chasles, on a :

$$\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{FH} + \overrightarrow{HG} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{FH} + \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{FH} + \overrightarrow{HH} = \overrightarrow{EG} + \overrightarrow{FH}$$

CQFD

3) On considère l'égalité (E) : $x^3 - 3x^2 + 2x = 0$

a) (E) est-elle vraie pour $x = 0$? Pour $x = 1$? Pour $x = 2$?

$$0^3 - 3 \times 0^2 + 2 \times 0 = 0$$

$$1^3 - 3 \times 1^2 + 2 \times 1 = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$2^3 - 3 \times 2^2 + 2 \times 2 = 8 - 12 + 4 = 0$$

b) Téa est persuadée que l'égalité (E) n'est pas vraie pour toutes les valeurs de x .
Comment peut-elle le prouver ?

Il suffit de trouver un contre-exemple :

$$3^3 - 3 \times 3^2 + 2 \times 3 = 27 - 27 + 6 = 6 \neq 0$$

l'égalité (E) n'est donc pas vraie pour toutes les valeurs de x .