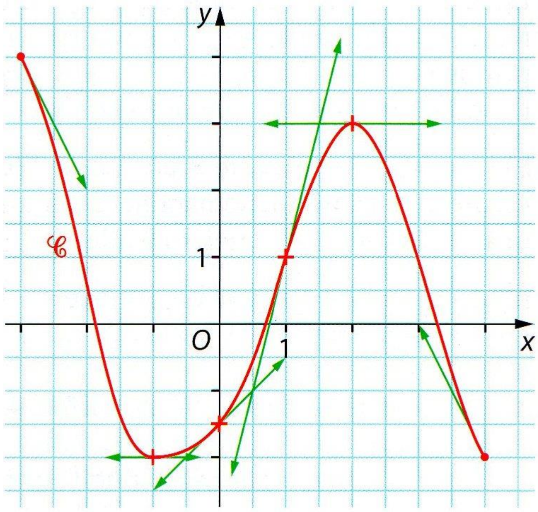
Mathématiques 1ère EDS	Devoir en Temps Libre n°8	Correction

Exercice 1 :



Soit la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-3\ ;\ 4]$.
représentée par la courbe C ci-contre.
Sur cette courbe sont également représentées les tangentes aux points d'abscisses –3 ; –1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 4.

Pour chaque question, une seule réponse est correcte.

Entourer la lettre de la bonne réponse.

Aucune justification n'est demandée.

1) a) $f'(0) = -1$ **b) $f'(0) = 1$** c) $f'(0) = -\frac{3}{2}$

2) b) $f'(1) = 1$ b) $f'(1) = 2$ c) $f'(1) = 4$

3) $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$ est égal à: a) -2 b) -1 **c) 0**

4) La tangente à la courbe C au point d'abscisse 1 a pour équation réduite:

a) $y = 4x + 1$ **b) $y = 4x - 3$** c) $y = \frac{1}{4}x - 3$

5) Les tangentes de coefficient directeur 0 sont au nombre de :

a) 0 b) 1 **c) 2**

Exercice 2:

En Janvier 2020, on met de côté la somme de 10 € puis les mois suivants, on met de côté 2 € de plus que le mois précédent. On note u_n la somme (en euros) mise de côté le n-ième mois. En particulier, on a $u_1 = 10$.

a. Déterminer les valeurs de u_2 et de u_3. Interpréter ces résultats dans le contexte de l'exercice.

$u_2 = 10 + 2 = 12$ et
$u_3 = 12 + 2 = 14$

u_2 est la somme (en euros) mise de côté le 2-ième mois

u_3 est la somme (en euros) mise de côté le 3-ième mois

b. Déterminer, en justifiant, la nature de la suite (u_n).

$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique puisque l'on passe pour tout $n \in \mathbb{N}$ d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre qui est la raison de la suite. On a donc $r = 2$ et $u_1 = 10$

c. En déduire une expression de u_n en fonction de n.

$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique de raison 2 et $u_1 = 10$ donc d'après le cours on a $\forall n \in \mathbb{N}$:
$u_n = u_1 + (n-1)r$ soit $u_n = u_1 + (n-1) \times 2 = 10 + 2n - 2 = 8 + 2n$

d. Déterminer la somme mise de côté en décembre 2020, ainsi que la somme totale mise de côté en 2020.

La somme mise de côté en décembre 2020 est u_{12} :

$$u_{12} = 8 + 2 \times 12 = 32$$

La somme totale mise de côté en décembre 2020 est de 32 euros.

on a d'après le cours : $S = n \times \frac{(u_1+u_n)}{2} = 12 \times \frac{10+32}{2} = 252$

La somme totale mise de côté en 2020 est de 252 euros.

2. Une solution contient cinq bactéries à l'instant $t = 0$. Après l'ajout d'un élément nutritif, le nombre de bactéries augmente de 25 % chaque seconde. On note b_n le nombre de bactéries à l'instant n.

a. Préciser la valeur de u_0 puis calculer le nombre de bactéries au bout de 1 seconde puis de 2 secondes.

$b_0 = 5$ puisqu'il y a cinq bactéries à l'instant $t = 0$

b. Déterminer, en justifiant, la nature de la suite (b_n).

$(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique puisque l'on passe pour tout $n \in \mathbb{N}$ d'un terme au suivant en multipliant toujours par le même nombre qui est la raison de la suite.

On a donc $q = 1{,}25$ et $b_0 = 5$

c. En déduire une expression de b_n en fonction de n.

$(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison 1,25 et $b_0 = 5$ donc d'après le cours on a $\forall n \in \mathbb{N}$:
$b_n = b_0 \times q^n$ soit $b_n = 5 \times 1{,}25^n$

e. Déterminer le nombre de bactérie au bout d'une minute.

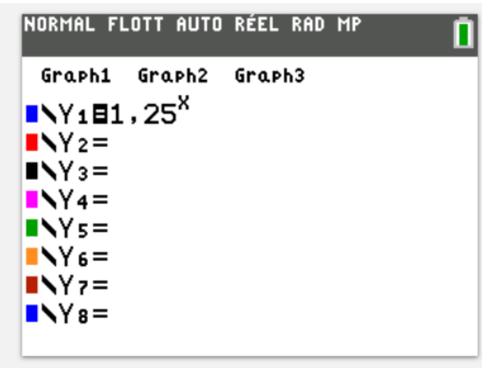
Il s'agit de calculer $b_{60} = 5 \times 1{,}25^{60} \approx 3262652$

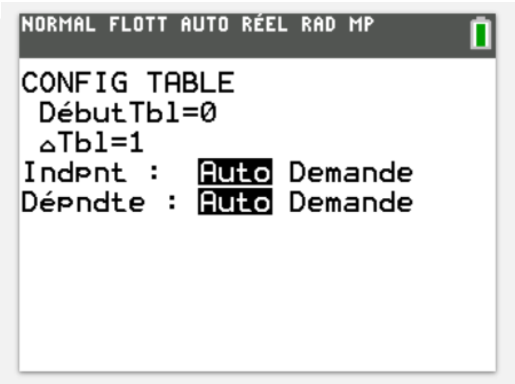
f. Déterminer, en détaillant, au bout de combien de temps le nombre de bactérie dépassera 500.

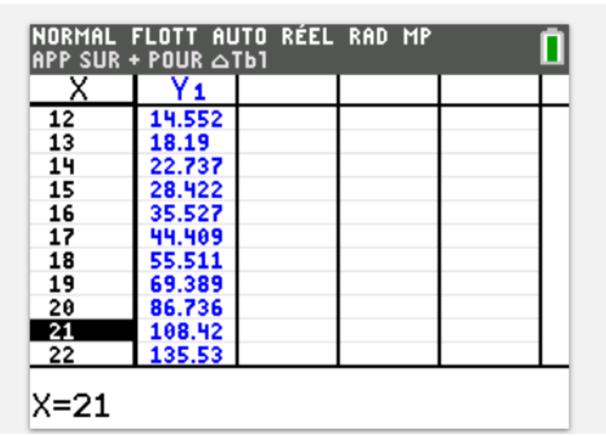
On doit résoudre dans $\mathbb{N}$: $b_n \geq 500 \Leftrightarrow 5 \times 1{,}25^n \geq 500 \Leftrightarrow 1{,}25^n \geq 100$

En utilisant le tableur de la calculatrice, on trouve que pour $n = 21$ on a $1{,}25^{21} \geq 100$

Donc c'est pour $b_{21} = 5 \times 1{,}25^{21} \approx 542$ soit au bout de 21 secondes.







Exercice 3*:

On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = (x^2 - x)\sqrt{x}$
Démontrer que f est dérivable en 0 et donner $f'(0)$.

$\frac{f(0+h)-f(0)}{h} = \frac{(h^2-h)\sqrt{h}-0}{h} = \frac{h^2-a^2}{h} = \frac{h(h-1)\sqrt{h}}{h} = (h-1)\sqrt{h}$

donc : $\lim_{h\to 0}\frac{f(0+h)-f(0)}{h} = \lim_{h\to 0}(h-1)\sqrt{h}$ =0 qui est bien une valeur réelle unique

donc f est dérivable en 0.