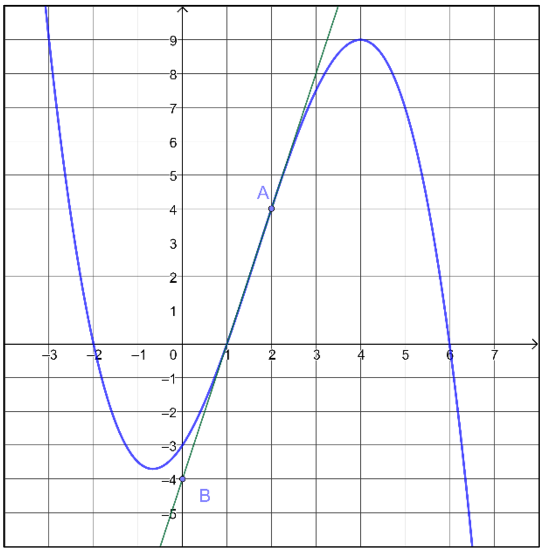
Mathématiques **1ère EDS**	Devoir en Temps Libre **n°10**	**A faire semaine du 22/1/2024**

Exercice 1 : QCM

Pour les questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Aucune justification n'est demandée.



Question		**a**	**b**	**c**
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative C_f est donnée ci-contre.				
1	La droite (AB) est la tangente à C_f au point $A(2\,;4)$alors on a ...	$f'(0)=4$	$f'(2)=-4$	$f'(2)=4$
2	L'équation réduite de la tangente (AB)	$y=4x-4$	$y=-4x+12$	$y=-4x-4$
Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=\frac{x^3+1}{3x^2+2}$				
3	Alors pour tout x réel, $g'(x)$ est égal à ...	$\dfrac{3x^2}{6x}$	$\dfrac{3x^4+6x^2-6x}{(3x^2+2)^2}$	$\dfrac{3x^4+6x^2+6x}{(3x^2+2)^2}$
Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=x^3\sqrt{x}$				
4	Alors pour tout x>0 , $h'(x)$ est égal à ...	$3x^2\sqrt{x}-\dfrac{x^3}{2\sqrt{x}}$	$3x^2\times\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$3x^2\sqrt{x}+\dfrac{x^3}{2\sqrt{x}}$

Exercice 2 :

1) Pour les chacune des fonctions suivantes, déterminer l'ensemble de définition, l'ensemble de dérivabilité et calculer leur fonction dérivée.

$f_1(x)=5x^2+3x-2$	$f_2(x)=-\frac{2}{x}$
$f_3(x)=5x\sqrt{x}$	$f_4(x)=\dfrac{3x+1}{2x-5}$

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x)=\ 2x^3+3x^2-12x-5$

1. Calculer $f\,'(x)$

2. a) Résoudre l'équation $f\,'(x)\ =\ 0$

b) En déduire en quel(s) point(s) la courbe admet une tangente horizontale. Justifier votre réponse.

3. Déterminer l'équation réduite de la tangente T au point A d'abscisse 0.

4. a) Résoudre l'équation $f\ (x)\ =\ -12x\ -\ 5$

b) En déduire que la tangente (T) coupe la courbe représentative de f en deux points dont on précisera les coordonnées.

Exercice 4 :

Une entreprise fabrique de l'engrais. Le coût total journalier pour la production de x tonnes d'engrais est modélisé par la fonction $C(x)\ =\ 8x^3\ -\ 390x^2\ +\ 5180x\ +\ 750$ où x est compris entre 1 et 20.
Chaque tonne d'engrais est vendue 680 €

1.a) Quel est le coût de production exact de 10 tonnes d'engrais ? de 11 tonnes d'engrais ?

b) En déduire l'augmentation du coût entrainé par la fabrication de la 11ème tonne d'engrais.

2. a) Déterminer la fonction $C'(x)$ qui modélise le coût marginal de production qui peut être assimilé à la dérivée du coût total.

b) Calculer le coût marginal de production au rang 10, retrouve-t-on un résultat proche de la question 1b).

2. La production de l'entreprise doit être telle que le coût marginal de fabrication soit inférieur au prix de vente. En déduire les quantités, en tonnes, que peut produire l'entreprise. Justifier votre réponse.

Exercice 5 :

À l'issue d'une étude conduite pendant plusieurs années, on modélise l'évolution du prix du m² d'un appartement neuf dans une ville française de la manière suivante :
À partir d'un prix de 4 200 € le m² en 2019, on applique chaque année une augmentation annuelle de 3 % .
1. Avec ce modèle, montrer que le prix du m² d'un appartement neuf dans cette ville en 2021 serait de 4 455,78 €.

2. On considère la suite de terme général u_n qui permet d'estimer, avec ce modèle, le prix en euro du m² d'un appartement neuf l'année 2019+n. On a donc u_0=4 200 €

a) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? En préciser la raison.

b) En déduire l'expression du terme général u_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.

c) Selon ce modèle, pourra-t-on acheter en 2024, un appartement de 40 m² si l'on dispose d'une somme de 200 000 € ?

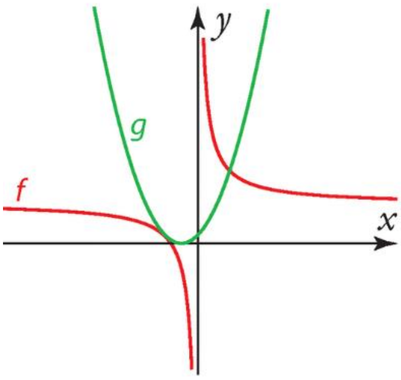
3. On définit, en langage Python, la fonction seuil ci-dessous.

Recopier et compléter les lignes 5 et 7 de sorte que cette fonction renvoie le nombre d'années nécessaires pour que, selon ce modèle, le prix du m² d'un appartement neuf dépasse 8 000 €.

```
1 def seuil():
2     u=4200
3     n=0
4     while u<=8000:
5         u=...
6         n=n+1
7     return ...
```

Exercice 6*:

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{5x+4}{4x}$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.
Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 + x + \frac{1}{4}$ et $\mathcal{C}g$ sa courbe représentative.



1. Montrer que, pour tout réel x non nul : $f(x) - g(x) = \frac{(x-1)(x+1)^2}{x}$
2. En déduire les abscisses des points d'intersection des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ puis la position relative des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
3. Montrer que les courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ admettent la même tangente au point A d'abscisse − 1.
On dit alors que les courbes sont tangentes en − 1.