MATHS 2^{nd}	Devoir en Temps Libre n°18	Correction

Exercice 1 : Cocher la réponse exacte.

a) Les prix ont augmenté de 20% puis de 30% l'année suivante. La hausse globale est :

☐ 50% ☐ 54% ■ 56 %

b) Deux baisses successives de 10% correspondent à une baisse globale de :

☐ 81% ■ 19% ☐ 20 %

c) Une baisse de 20% suivie d'une hausse de 30% correspond à :

■ une hausse de 4% ☐ une baisse de 4% ☐ une hausse de 10%

d) Une hausse de 30% suivie d'une hausse de 30% correspond à :

☐ une stagnation. ■ une baisse de 9% ☐ une hausse de 8%

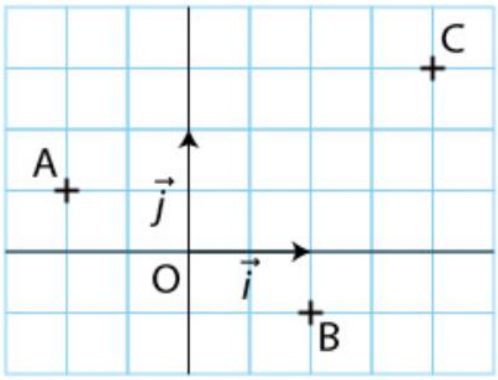
Exercice 2 : Compléter le tableau (arrondir le taux global au dixième de pourcentage)

Évolution 1		Évolution 2		Évolution globale	
t_1	CM_1	t_2	CM_2	CM_{global}	t_{global}
-5,1%	0,949	+34%	1,34	1,27166	+27,2%
-12 %	0,88	-27%	0,73	0,6424	-35,8%
+4,5%	1,045	+2,3%	1,023	1 ,069035	+6,9%

Exercice 3:

a. Lire les coordonnées des vecteurs

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$
$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{CB}\begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$



b. Calculer les longueurs AB ; AC et BC.

$AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$

$AC = \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40} = \sqrt{4 \times 10} = 2\sqrt{10}$

$BC = \|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$

c. Démontrer que le triangle est rectangle

On a d'une part :

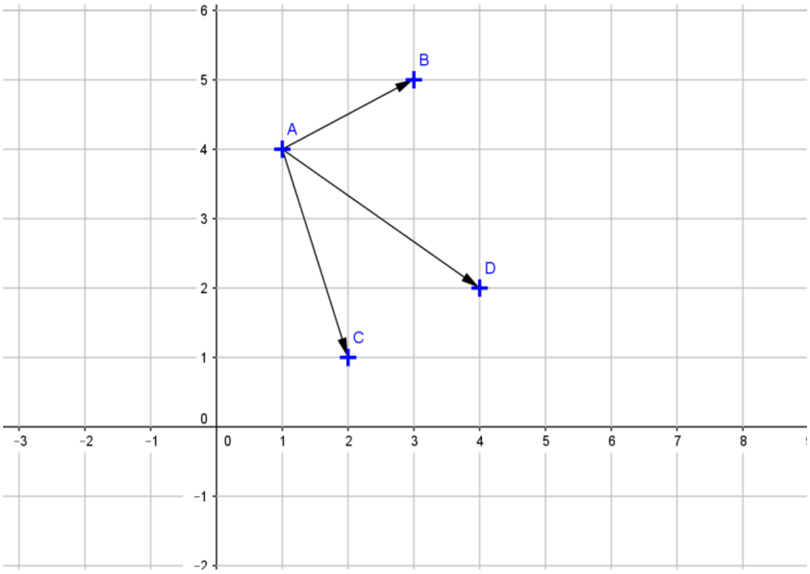
$AB^2 + BC^2 = (\sqrt{20})^2 + (\sqrt{20})^2 = 20 + 20 = 40$

Et d'autre part : $AC^2 = \left(\sqrt{40}\right)^2 = 40$

On constate que $AB^2 + BC^2 = AC^2$ ce qui équivaut à dire que le triangle ABC est rectangle en B d'après la propriété de Pythagore.

Exercice 4:

On se place dans un repère orthonormé, et l'on considère les points A(1 ; 4) B(3 ; 5) C(2 ; 1) et D(4 ; 2) représentés ci-dessous.



1) Déterminer graphiquement les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AD}$.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$
$\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$

2) Déterminer par calcul les coordonnées de $\overrightarrow{AC}$, puis celle de $2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 2-1 \\ 1-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$	$2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 2\times 2+1 \\ 2\times 1+(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$

3) Démontrer que ABDC est un parallélogramme.

On sait que $\overrightarrow{DC}(-2;-1)$ ainsi $\overrightarrow{CD}(2\,;1)$ or $\overrightarrow{AB}(2\,;1)$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ont même coordonnées, ils sont donc égaux, ce qui est équivalent à dire que ABDC est un parallélogramme.

4) Calculer les coordonnées du point I milieu du segment [AD] en déduire celles du milieu du segment [CB].

$I\left(\frac{x_A+x_D}{2}\ ;\ \frac{y_A+y_D}{2}\right) = \left(\frac{1+4}{2}\ ;\ \frac{4+2}{2}\right) = (2{,}5\ ;\ 3)$

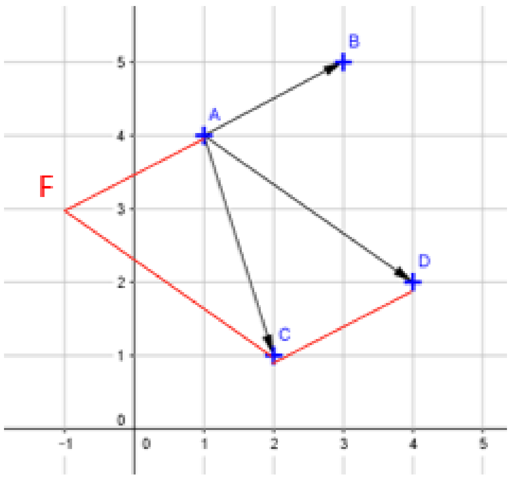
ABDC est un parallélogramme donc ses diagonales se coupent en leur milieu, il en résulte que I est aussi le milieu de [CD].

5) Déterminer graphiquement en le plaçant puis par calcul les coordonnées du point F tel que ADCF soit un parallélogramme.

ADCF est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{AD}$ = $\overrightarrow{FC}$. Calculons les coordonnées $(x\,;\ y)$ du point F.

On a $\overrightarrow{AD}\binom{4-1}{2-4}$ = $\binom{3}{-2}$ et $\overrightarrow{FC}\binom{2-x}{1-y}$, comme $\overrightarrow{AD}$ = $\overrightarrow{FC}$ les vecteurs ont les mêmes coordonnées

Il faut donc résoudre : $\begin{cases} 2-x=3 \\ 1-y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$ donc les coordonnées de F (-1 ; 3)



Exercice 5:

Une femme vit seule dans un appartement.

1. a) En 2018, le loyer de son appartement s'élevait à 500€. Il représente 40 % de son salaire. Déterminer le montant de son salaire.

Soit x le montant de son salaire, on a donc :

$Loyer\ = \frac{40}{100} \times x = 500$ d'où $x\ =\ 1\,250$ €. Son salaire est donc de 1 250€

a) Le reste des charges représente 8% de son salaire. Déterminer le montant du reste des charges.

$Reste\ à\ charge = \frac{8}{100} \times 1\,250 = 100$. Le reste à charge représente 100 €.

2) Son employeur lui accorde une augmentation de 100 €. Déterminer l'évolution en pourcentage que cela représente.

$t\ = \frac{100}{1250} = 0{,}08 = 8\%$. Cela représente 8% d'augmentation.

3. Le montant de son loyer augmente de 2% chaque année.

a) Déterminer le montant de son loyer en 2019.

Une augmentation de 2% correspond à un coefficient : $\mathrm{CM} = 1 + \frac{2}{100} = 1{,}02$

Le montant de son nouveau loyer est donc de $V_1 = 500 \times 1{,}02 = 510$.

b) Déterminer en quelle année l'augmentation de son loyer absorbera son augmentation de salaire.

2019	2020	2021	2022	2023	2024	2025	2026	2027	2028
510	520,2	530,60	541,27	552,04	563,08	574,34	585,83	597,54	609,49

En 2027, l'augmentation du loyer absorbera l'augmentation de salaire.

Exercice 6:

1) x est un réel. Développer et réduire chaque expression

$A = (x^2 + x + 1)^2$
$A = (x^2 + x + 1)(x^2 + x + 1)$
$A = x^4 + x^3 + x^2 + x^3 + x^2 + x + x^2 + x + 1$
$A = x^4 + 2x^3 + 3x^2 + 2x + 1$

$B = (x + 1 - \sqrt{2})^2$
$B = (x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 - \sqrt{2})$
$B = \ x^2 + x - x\sqrt{2} + x + 1 - \sqrt{2} - x\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2$
$B = \ x^2 + 2x - 2x\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 3$
$B = \ x^2 + \left(2 - 2\sqrt{2}\right)x - 2\sqrt{2} + 3$

$C = (x + 1)^3 = (x + 1)^2(x + 1) = (x^2 + 2x + 1)(x + 1)$
C = $x^3 + x^2 + 2x^2 + 2x + x + 1$
C = $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}*$ l'équation $$1 - \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{x}}} = \frac{1}{2}$$

$x \neq 0$, donc on résout l'équation dans $\mathbb{R}*$.

$$1 - \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{x}}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{x+3}{3x}}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{3x}{x+3}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{\frac{x+3}{2(x+3)} + \frac{6x}{2(x+3)}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{\frac{7x+3}{2(x+3)}} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 1 - \frac{2(x+3)}{7x+3} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{7x+3}{7x+3} - \frac{2x+6}{7x+3} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{5x-3}{7x+3} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2(5x - 3) = 7x + 3 \Leftrightarrow 10x - 6 = 7x + 3$$

$$\Leftrightarrow 3x = 9 \Leftrightarrow x = 3$$

L'ensemble solution de cette équation est : S=$\{3\}$