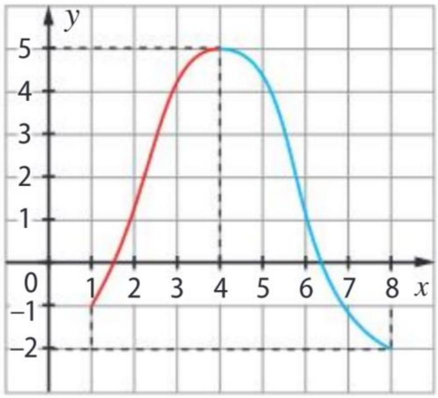
Mathématiques 2nd	Chapitre 10 : Variations et extremums	Fonctions

Dans ce cours, f est une fonction définie sur un ensemble D et I est un intervalle de D.

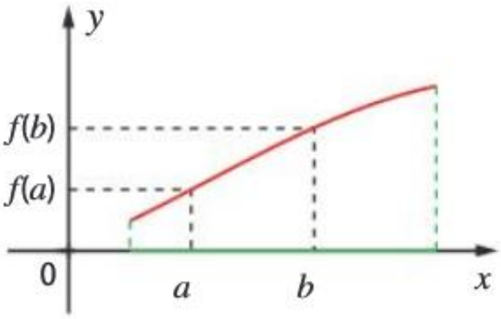
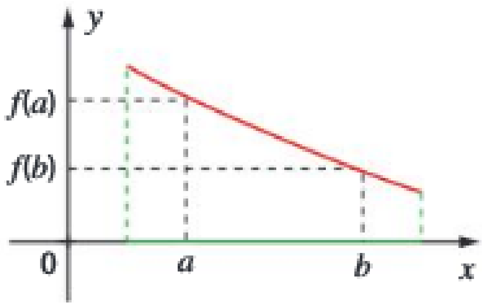
I – Sens de variation d'une fonction :

a) Exemple :

La courbe C_f ci-contre représente une fonction f définie sur un intervalle [1;8]. On remarque que :



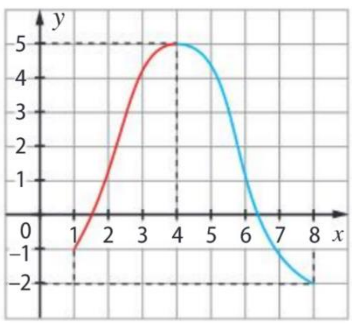
b) Définitions :

❖ **Fonction croissante**	❖ **Fonction décroissante**
	
La fonction f **est croissante sur l'intervalle I** signifie que : **Quels que soient les réels a et b de I :** **si a $\leq$ b alors *f*(a) $\leq$ *f*(b)**	La fonction f **est décroissante sur l'intervalle I** signifie que : **Quels que soient les réels *a* et *b* de I :** **si *a* $\leq$b alors *f*(*a*) $\geq$ *f*(*b*)**
Les nombres *f(a)* et *f(b)* sont rangés dans le même ordre que *a* et *b* : on dit que ***f* conserve l'ordre**	Les nombres et leurs images sont rangés en sens contraires que a et b , on dit ***f* change l'ordre** .

c) Tableau de variation :

Un tableau de variation regroupe les informations concernant les variations d'une fonction sur son ensemble de définition.

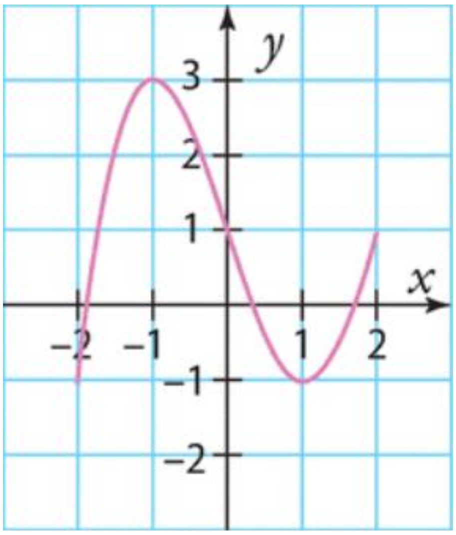
- La première ligne du tableau contient les bornes de l'ensemble de définition de f et des intervalles sur lesquels f est croissante, constante ou décroissante
- La deuxième ligne contient les flèches qui symbolisent le sens de variation de f, et les images par f des valeurs mises dans la première ligne.



❖ Exemple : Tableau de variation de la fonction f .

x	
$f(x)$	

d) Exercice d’application : Dresser un tableau et comparer des images :



f est une fonction définie sur [-2 ;2], dont voici la courbe représentative tracée dans un repère.

1. Décrire par des phrases les variations de la fonction f.

2. Dresser le tableau de variations de f.

x	
f	

3. Comparer $f(-1{,}8)$ et $f(-1{,}5)$, puis comparer $f(-0{,}5)$ et $f(0{,}5)$.

Remarque : Lorsque f est croissante ou décroissante sur un intervalle, on dit qu’elle est monotone sur cet intervalle.

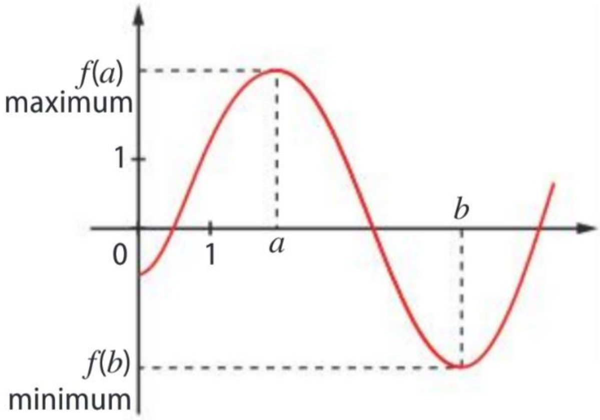
II – Extremums:

a) Définition :

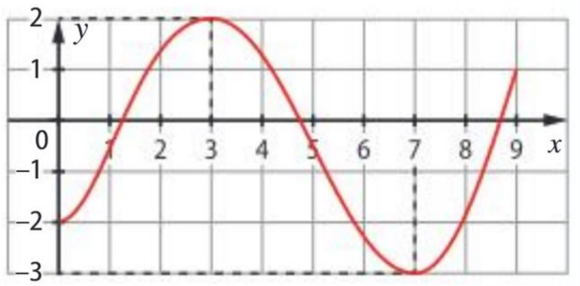
Soient a et b deux réels de l’intervalle I.

f admet un maximum en a sur I signifie que pour tour réel x de I , $\boldsymbol{f(x) \leq f(a)}$
$\boldsymbol{f(a)}$ est le maximum de $\boldsymbol{f}$ sur I.

f admet un minimum en b sur I signifie que pour tour réel x de I , $\boldsymbol{f(x) \geq f(a)}$
$\boldsymbol{f(b)}$ est le minimum de $\boldsymbol{f}$ sur I.



b) **<u>Exercice d'application 1 : Lire un maximum et un minimum:</u>**



f est la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;9]$ par la courbe ci-contre. Déterminer le maximum et le minimum de f sur l'intervalle $[0\,;9]$ et les valeurs de x pour lesquelles ils sont atteints.

c) **<u>Exercice d'application 2 : Déterminer les extrémums d'une fonction à partir d'un tableau :</u>**

Voici le tableau de variation d'une fonction g définie sur l'intervalle $[-10\,;\ 8]$

x	-10		-2		1		5		8
g		↗	5	↘		↗	10	↘	
	-15				0				7

Déterminer le maximum et le minimum de g sur l'intervalle :

a) $[-10\,;\ 8]$

b) $[-10\,;\ 1]$

b) $[1\,;\ 8]$