

Savoir calculer avec les fractions numériques ou littérales :

Exemples :

❖ Justifier que A et B peuvent s'écrire sous la forme d'un entier

$$A = \frac{12}{7} + \frac{6}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{12}{7} + \frac{2 \times 3}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{12}{7} + \frac{2 \times 3}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{12}{7} + \frac{2}{7} = \frac{14}{7} = 2$$

$$B = \frac{\frac{14}{3}}{\frac{3}{4} - \frac{1}{6}} = \frac{\frac{14}{3}}{\frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{1 \times 2}{6 \times 2}} = \frac{\frac{14}{3}}{\frac{9}{12} - \frac{2}{12}} = \frac{\frac{14}{3}}{\frac{7}{12}} = \frac{14}{3} \times \frac{12}{7} = \frac{2 \times 7 \times 3 \times 4}{3 \times 7} = 8$$

❖ Ecrire C sous la forme d'une unique écriture fractionnaire

$$C = \frac{2}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{2 \times x}{(x+1) \times x} - \frac{1 \times (x+1)}{x(x+1)} = \frac{2 \times x - (x+1)}{(x+1) \times x} = \frac{2x - (x+1)}{x(x+1)} = \frac{2x - x - 1}{x(x+1)} = \frac{x-1}{x(x+1)}$$

Exercice 1 : Calculer chaque expression et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible

$D = \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{15}\right) \times \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right)$	$E = \frac{4}{3} \times \left(\frac{1}{8} - 1\right)$	$F = \frac{7}{4} - \frac{15}{4} \times \frac{1}{5}$	$G = \frac{3 - \frac{2}{9}}{\frac{5}{6} - \frac{5}{9}}$
---	---	---	---

Exercice 2 : x et a sont des réels tel que les dénominateurs des expressions H à K sont différents de 0. Ecrire chaque expression sous la forme d'une unique écriture fractionnaire.

$H = \frac{2x}{x+1} - \frac{x}{x+1}$	$I = \frac{x}{4} - \frac{4}{x}$	$J = \frac{3x+2}{2} + \frac{4}{x}$	$K = \frac{a}{2} \times \left(1 - \frac{1}{a}\right)$
--------------------------------------	---------------------------------	------------------------------------	---

Exercice 3* :

1) Montrer que, pour tout réel $x \neq 1$: $\frac{4x-3}{x-1} = 4 + \frac{1}{x-1}$	2) Démontrer que $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} = 3 - 4 \times \frac{2}{3}$
--	---

Réponses

Ex1	$D = \frac{11}{36}$	$E = -\frac{7}{6}$	$F = 1$	$G = 10$
Ex2 :	$H = \frac{x}{x+1}$	$I = \frac{x^2 - 16}{4x}$	$J = \frac{3x^2 + 2x + 8}{2x}$	$K = \frac{a-1}{2}$
Ex3 :	Pour démontrer que deux expressions sont égales : 1) on peut partir d'une expression pour arriver à l'autre 2) Séparer les deux expressions et montrer qu'elles sont égales à une même troisième			

Savoir calculer avec les puissances :

Soit a un réel, pour n entier avec $n > 1$, $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$ n s'appelle l'exposant de a^n

- Par convention $a^1 = a$ et pour $a \neq 0$ $a^0 = 1$
- Pour $n \in \mathbb{Z}$ et $p \in \mathbb{Z}$ $a \neq 0$ on a $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $a^n \times a^p = a^{n+p}$ $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$ $(a^n)^p = a^{n \times p}$
- Pour a et b réels et $b \neq 0$ non nuls et $n \in \mathbb{Z}$, $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- L'écriture scientifique d'un nombre décimal est de la forme $a \times 10^n$ avec a décimal qui possède un seul chiffre avant la virgule c'est-à-dire $-10 < a < 10$ et n entier relatif.

❖ Ecrire $A = \frac{9^4 \times (3^3)^2}{3^{-5} \times 3^2}$ sous la forme 3^n avec $n \in \mathbb{Z}$. $A = \frac{9^4 \times (3^3)^2}{3^{-5} \times 3^2} = \frac{(3^2)^4 \times (3^3)^2}{3^{-5} \times 3^2} = \frac{3^8 \times 3^6}{3^{-5} \times 3^2} = \frac{3^{14}}{3^{-3}} = 3^{14} \times 3^3 = 3^{17}$

❖ Ecrire $B = q^4 \times q^{-5} \times (q^3)^2$ sous la forme q^n avec $n \in \mathbb{Z}$. $B = q^4 \times q^{-5} \times q^6 = q^{4+(-5)+6} = q^5$

Exercice 1 : Ecrire sous la forme 10^n avec $n \in \mathbb{Z}$

$C = 10^4 \times 10^{-7}$	$D = \frac{10}{10^5}$	$E = \frac{10^8 \times 10^{-3}}{(10^3)^2}$	$F = \frac{10^{-3} \times 10^6}{(10 \times 10^{-5})^2}$
---------------------------	-----------------------	--	---

Exercice 2 : Ecrire G sous la forme 3^n et H sous la forme x^n avec $n \in \mathbb{Z}$; I et J sous la forme $a^p \times b^q$ avec $p \in \mathbb{Z}$ et $q \in \mathbb{Z}$

$G = \frac{9^4 \times (3^3)^2}{3^{-5} \times 3^2}$	$H = \frac{x^4 \times x^{-1}}{x^8}$	$I = (a \times b^2)^4$	$J = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \times b^7$
--	-------------------------------------	------------------------	---

Exercice 3 : Ecrire sous la forme $a \times 10^n$ avec $a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{Z}$ puis donner l'écriture scientifique

$K = \frac{3 \times 10^6}{5 \times (10 \times 10^{-5})^2}$	$L = -0,25 \times (-10^3)^2$	$M = \frac{82,5 \times 10^3}{(10^2)^2}$	$N = 10^{-4} \times 25^3 \times 8^2 \times 2^{-2}$
--	------------------------------	---	--

Réponses

Ex1 :	$C = 10^{-3}$	$D = 10^{-4}$	$E = 10^{-1}$	$F = 10^{11}$
Ex2 :	$G = 3^{17}$	$H = x^{-5}$	$I = a^4 \times b^8$	$J = a^2 \times b^5$
Ex3 :	$K = 6 \times 10^{13}$	$L = -2,5 \times 10^5$	$M = 8,25$	$N = 2,5 \times 10^{-1}$

Calculer avec les racines carrées :

Soit a un réel positif, $\sqrt{a} \geq 0$ et $(\sqrt{a})^2 = a$.

a et b désignent deux nombres réels positifs.

- $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
- Si $b \neq 0$, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
- $\sqrt{a^2} = |a|$

❖ Ecrire $A = 7\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$ et $B = 2\sqrt{27} - 5\sqrt{48}$ sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers, b étant le plus petit possible.

$$A = 7\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 4\sqrt{5} \quad B = 2\sqrt{9 \times 3} - 5\sqrt{16 \times 3} = 2\sqrt{9} \times \sqrt{3} - 5\sqrt{16} \times \sqrt{3} = 2 \times 3 \times \sqrt{3} - 5 \times 4 \times \sqrt{3} = -14\sqrt{3}$$

❖ Développer les expressions suivantes

$$C = (\sqrt{7} + 3)^2 = (\sqrt{7})^2 + 2 \times 3 \times \sqrt{7} + 3^2 = 7 + 6\sqrt{7} + 9 = 16 + 6\sqrt{7}$$

$$D = \sqrt{2} \times (\sqrt{8} + 5\sqrt{6}) = \sqrt{2} \times \sqrt{12} + \sqrt{2} \times 5\sqrt{6} = \sqrt{2} \times \sqrt{4} \times \sqrt{2} + \sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 2 \times 2 + 5 \times 2 \times \sqrt{3} = 4 + 10\sqrt{3}$$

Exercice 1 : Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont deux entiers, b étant le plus petit possible.

$E = \sqrt{18}$	$F = \sqrt{50}$	$G = \sqrt{98}$	$H = \sqrt{45}$
$I = \sqrt{20}$	$J = \sqrt{150}$	$K = \sqrt{80}$	$L = \sqrt{27}$
$M = -2\sqrt{3} + \sqrt{3} - 5\sqrt{3}$	$N = \sqrt{27} - 3\sqrt{75}$	$O = \sqrt{20} - 12\sqrt{5} + 2\sqrt{125}$	$P = \sqrt{12} + 2\sqrt{48} - \sqrt{75}$

Exercice 2 : Développer et réduire les expressions.

$Q = (4 + \sqrt{9})(4 - \sqrt{9})$	$R = (2 - \sqrt{3})^2$	$S = (5\sqrt{2} - 7)(5\sqrt{2} + 7)$	$T = 3\sqrt{2}(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} - 1)$
------------------------------------	------------------------	--------------------------------------	--

Exercice 3* : utiliser la quantité conjuguée pour faire disparaître la racine carrée au dénominateur.

❖ **Exemple :** $\frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{1 \times (2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3}) \times (2+\sqrt{3})} = \frac{2+\sqrt{3}}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2+\sqrt{3}}{4-3} = 2 + \sqrt{3}$

$U = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$V = \frac{1}{\sqrt{x}+5}$ avec $x \geq 0$ et $x \neq 25$	$W = \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$ avec $n \geq 0$
--------------------------	---	---

Réponses

Ex1	$E = 3\sqrt{2}$	$F = 5\sqrt{2}$	$G = 7\sqrt{2}$	$H = 3\sqrt{5}$
	$I = 2\sqrt{5}$	$J = 5\sqrt{6}$	$K = 4\sqrt{5}$	$L = 3\sqrt{3}$
	$M = -6\sqrt{3}$	$N = -12\sqrt{3}$	$O = 0$	$P = 5\sqrt{3}$
Ex2 :	$Q = 7$	$R = 7 - 4\sqrt{3}$	$S = 1$	$T = 3\sqrt{6} + \sqrt{2} + 3$
Ex3 :	$U = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$V = \frac{\sqrt{x}-5}{x-25}$	$W = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$	

Applications numériques et résolution de problèmes :

Exercice 1 :

La masse d'un atome de carbone est égale à $1,99 \times 10^{-26}$ kg . Les chimistes considèrent des paquets contenant $6,022 \times 10^{23}$ atomes. Calculer la masse, en grammes, d'un tel paquet d'atomes de carbone (arrondir cette masse au gramme près).

Exercice 2 :

La longueur et la largeur d'un rectangle ont été multipliées respectivement par $\frac{7}{5}$ et $\frac{2}{3}$.

Par quel nombre l'aire du rectangle initial a-t-elle été multipliée (donner le résultat sous la forme d'une fraction) ?

Exercice 3 :

Quand on lâche une bille d'une hauteur h , en m, la durée t , en s, de sa chute est donnée par la relation $t^2 = \frac{2h}{9,81}$

Une pierre tombe de 80 m. Calculer la durée t , en s, de la chute (arrondir le résultat au centième).

Exercice 4 :

EDF est un triangle rectangle en F. On donne $ED = 5\sqrt{2}$ et $DF = 3\sqrt{2}$.

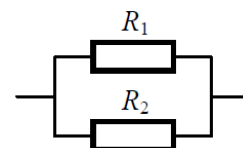
Déterminer la valeur exacte de EF (donner le résultat sous la forme $a\sqrt{2}$, où a est un entier positif).

Exercice 5* :

En électricité, si deux résistances R_1 et R_2 sont branchées en parallèle, elles forment une résistance totale équivalente R telle que $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.

1) Calculer la résistance totale équivalente à deux résistances de 12Ω et 9Ω branchées en parallèle (donner le résultat sous forme de fraction puis arrondir le résultat à l'unité).

2) Exprimer R en fonction de R_1 et R_2 .



Réponses

Ex1 : $m \approx 12g$	Ex2 : $\frac{14}{15}$	Ex3 : $t \approx 4,04s$	Ex4 : $4\sqrt{2}$	Ex2 : 1) $R = \frac{36}{7} \approx 5\Omega$ 2) $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
-----------------------	-----------------------	-------------------------	-------------------	--