

Exercice 1 :

Un complexe cinématographique a ouvert ses portes en 2018 en périphérie d'une ville. En 2018, le complexe a accueilli 180 mille spectateurs. La gestionnaire du complexe prévoit une augmentation de 4 % par an de la fréquentation du complexe.

Soit n un entier naturel. On note u_n le nombre de spectateurs, en milliers, du complexe cinématographique pour l'année $(2018 + n)$. On a donc $u_0 = 180$

1) Étude de la suite (u_n)

- Calculer le nombre de spectateurs en 2019.
- Justifier que la suite (u_n) est géométrique. Préciser sa raison.
- Exprimer u_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .

2) Un cinéma était déjà installé au centre-ville. En 2018, il a accueilli 260 000 spectateurs. Avec l'ouverture du complexe, le cinéma du centre-ville prévoit de perdre 10 000 spectateurs par an. Pour n , entier naturel, on note v_n le nombre de spectateurs, en milliers, accueillis dans le cinéma du centre-ville l'année $(2018 + n)$.

On a donc $v_0 = 260$.

- Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
- On donne le programme ci-dessous, écrit en Python.
Quelle est la valeur renvoyée lors de l'exécution de la fonction `cinema()` ? L'interpréter dans le contexte de l'exercice.

```
def cinema():  
    n=0  
    u=180  
    v=260  
    while u<v:  
        n=n+1  
        u=u*1.04  
        v=v-10  
    return n
```

Exercice 2 :

1. Dans chaque cas, déterminer pour quelles(s) valeurs de n , u_n prend la valeur 5.

a) (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = -2n + 21$

b) (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \frac{n+26}{n+2}$

Exercice 3 : Position relative d'une parabole et d'une droite

On veut étudier la position relative d'une parabole d'équation $y = 2x^2 - 3x + 5$ et d'une droite d'équation $y = 5x - 3$.

1. Déterminer le ou les points d'intersection de la parabole et de la droite.

2. On pose $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$ et $g(x) = 5x - 3$.

- Étudier le signe de $f(x) - g(x)$.
- En déduire la position relative de la parabole et de la droite.

Exercice 4 :

On peut montrer que deux suites sont égales, en montrant qu'elles ont le même premier terme et qu'elles suivent la même relation de récurrence.

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 2^n - 1$.

On considère la suite (v_n) définie par $v_0 = 0$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 2v_n + 1$.

On veut montrer que les deux suites (u_n) et (v_n) sont égales.

- Calculer les trois premiers termes de chaque suite.
- Montrer que, pour tout entier n , on a $u_{n+1} = 2u_n + 1$.
- Conclure.

Exercice 5 :

On considère l'équation $(m + 8)x^2 + mx + 1 = 0$.

Pour quelles valeurs de m cette équation admet-elle une unique solution ?