MATHS 2nd	Devoir en Temps Libre n°19	Correction

Exercice 1 :
Un maraicher suit l'évolution de ses stocks de fruits et légumes. Compléter le tableau suivant :

	Stock initial (en kg)	Stock final (en kg)	Évolution en %	Coeff. multiplicateur
Tomates	45,2	50,624	+12	1,12
Oranges	80	97	+21,25	1,2125
Citrons	20	12	-40	0,6
Oignons	16	14,72	−8 %	0,92
Carottes	143,75	115	−20 %	0,8

Exercice 2: Réviser les évolutions

1) Un loyer de 720€ augmente de 2%. Déterminer le nouveau montant du loyer.

Une augmentation de 2% correspond à un coefficient $CM = 1 + \frac{2}{100} = 1,02$

$V_F = 720 \times 1,02 = 734,4$. Le nouveau montant du loyer est de 734,4 €.

2) Le prix d'un ordinateur de 800€ diminue de 5%. Déterminer le nouveau prix.

Une diminution de 5% correspond à un coefficient $CM = 1 - \frac{5}{100} = 0,95$

$V_F = 800 \times 0,95 = 760$. Le nouveau prix de l'ordinateur est de 760 € .

3) Le nombre d'habitants d'une commune a augmenté de 6% entre 2022 et 2023. Le commun compte 21 200 habitants en 2023. Déterminer le nombre d'habitants de la commune en 2022.

Une augmentation de 6% correspond à un coefficient $CM = 1 + \frac{6}{100} = 1,06$

$V_I = 21\,200 \div 1,06 = 20\,000$. Le nombre d'habitants en 2022 était de 20 000.

4) Un article coûte 52€ après une baisse de 20%. Déterminer le prix initial de cet article.

Une diminution de 20% correspond à un coefficient $CM = 1 - \frac{20}{100} = 0,8$

$V_F = 52 \div 0,8 = 65$. Le prix initial de l'article est de 65 € .

5) Le prix d'un article est passé de 70€ à 86,10€. Déterminer le taux d'évolution et interpréter.

$t = \frac{V_F - V_I}{V_I} = \frac{86,10-70}{70} = 0,23 = 23\%$, l'article a donc augmenté de 23%.

6) Un prix augmente de 20% puis diminue de 15%. Déterminer le taux d'évolution global et interpréter.

Une augmentation de 20% correspond à un coefficient : $CM_1 = 1 + \frac{20}{100} = 1,2$

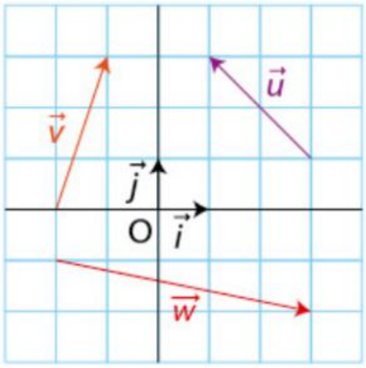
Une diminution de 15% correspond à un coefficient : $CM_2 = 1 - \frac{15}{100} = 0,85$

Le coefficient multiplicateur global est donc égal à :

$CM_{global} = 1,2 \times 0,85 = 1,02$.

Le taux d'évolution global : $t = CM - 1 = 1,02 - 1 = 0,02 = 2\%$

$3,2\% > 0$ donc le prix a augmenté de 2%.



Exercice 3 : Compléter les coordonnées des vecteurs dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

- $\vec{u}(-2; 2)$
- $\vec{v}\ (1\,; 3)$
- $\vec{w}\ (5; -1)$
- $2\vec{u}\ \ (-4; 4)$
- $-3\vec{v}\ (-3; -9)$
- $\vec{v}+\vec{w}\ (6; 2)$
- $2\vec{u}-3\vec{v}\ \ (-7; -5\ )$

Exercice 4 :

1) On donne les points $A(4\,;-5)$, $B(1\,;-3)$, $C(1\,;-5)$ et $D(2\,;7)$. Calculer les coordonnées des vecteurs suivants :

$\overrightarrow{AB}\ (\ 1-4; -3-(-5))$ $\overrightarrow{AB}\ (\ -3;\ 2)$	$\overrightarrow{CD}\ (\ 2-1; 7-(-5))$ $\overrightarrow{CD}\ (\ 1;\ 12)$	$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}\quad (-3+1\,;\ 2+12)$ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}\ (-2\,;\ 14)$	$\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}\ (\frac{1}{3}\times 1;\ \frac{1}{3}\times 12)$ $\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}\ (\frac{1}{3};\ 4)$

2) On donne les vecteurs $\vec{u}(3; -4)$, $\vec{v}(-3; 4)$ et $\vec{w}(-3; -4)$, Calculer :

$\lVert\vec{u}\rVert = \sqrt{3^2+(-4)^2}$ $= \sqrt{25} = 5$	$\lVert\vec{v}\rVert = \sqrt{3^2+(-4)^2}$ $= \sqrt{25} = 5$	$\lVert\vec{w}\rVert = \sqrt{(-3)^2+(-4)^2}$ $= \sqrt{25} = 5$

3) On donne les points $A(2\,;1)$, $B(-1\,;3)$ et $C(4\,;-4)$.

a) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

a) $\overrightarrow{AB}\ (-1-2\,; 3-1) = (\ -3;\ 2)$ et $\overrightarrow{AC}\ (4-2\,; -4-1) = (\ 2\,;\ -5)$.

b) Calculer les coordonnées des longueurs AB et AC

$\lVert\overrightarrow{AB}\rVert = AB = \sqrt{(-3)^2+2^2} = \sqrt{13}$; $\lVert\overrightarrow{AC}\rVert = AC = \sqrt{2^2+(-5)^2} = \sqrt{29}$

c) Que peut-on en déduire du triangle ABC ?

$\sqrt{13} \neq \sqrt{29}$ donc $AB \neq AC$, le triangle est quelconque

**Correction énoncé Dans le cas où $C(4\,;-2)$, on a $\overrightarrow{AC}\ (4-2\,; -2-1) = (\ 2\,;\ -3)$ et $\lVert\overrightarrow{AC}\rVert = AC = \sqrt{2^2+(-3)^2} = \sqrt{13}$ et dans ce cas, le triangle est isocèle en B.*

4) On donne les points $A(-7\,;-2)$, $B(4\,;-2)$ et $C(6\,;3)$.

a) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

a) $\overrightarrow{AB}\ (4-(-7); -2-(-2)) = (11; 0)$

b) M est un point de coordonnées $(x\,;y)$. Exprimer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MC}$ en fonction de x et y .

b) $\overrightarrow{MC}\ (x-6\,;\ y-3)$

c) Que dire du quadrilatère ABMC lorsque $x=-5$ et $y=3$?

Si $x=-5$ et $y=3$, alors les coordonnées de $\overrightarrow{MC}$ sont (-11, 0) , ainsi on en déduit que $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{CM}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CM}$, ce qui est équivalent à dire que le quadrilatère ABMC est un parallélogramme.

Exercice 5:

Dans chaque cas, calculer le déterminant d du vecteur $\vec{u}$ et du vecteur $\vec{v}$ et en déduire si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires ou non.

$\vec{u}\,(-1\,;2)$ et $\vec{v}\,(4\,;-8)$ det $(\vec{u},\vec{v}) = xy' - yx' = -1 \times (-8) - 2 \times 4 = 0$, donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires
$\vec{u}\,(4\,;6)$ et $\vec{v}\,(-1\,;-\frac{3}{2})$ det $(\vec{u},\vec{v}) = xy' - yx' = 4 \times \left(-\frac{3}{2}\right) - 6 \times (-1) = -6 + 6 = 0$, donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires
$\vec{u}\,(-8\,;-6)$ et $\vec{v}\,(\frac{4}{3}\,;1)$ det $(\vec{u},\vec{v}) = xy' - yx' = -8 \times 1 - \frac{4}{3} \times (-6) = -8 + 8 = 0$, donc les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

Exercice 6:

Dans un repère $(0\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\,)$ quelconque, on place les points $K(2\,;-5)$, $L(8\,;3)$ et $M(11\,;7)$.

Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KM}$ sont colinéaires. Que peut-on en déduire sur les points K, L et M ?

$$\overrightarrow{KL}\binom{x_L-x_K}{y_L-y_K} = \binom{8-2}{3-(-5)} = \binom{6}{8} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{KM}\binom{x_M-x_K}{y_M-y_K} = \binom{11-2}{7-(-5)} = \binom{9}{12}$$

$$\det(\overrightarrow{KL}, \overrightarrow{KM}) = xy' - yx' = 6 \times 12 - 8 \times 9 = 72 - 72 = 0.$$

On en conclut que les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et$\overrightarrow{KM}$ sont colinéaires donc les points K,L et M sont alignés.

Exercice 7: Prise initiative

1) Un client a l'habitude d'acheter un flacon de shampoing de contenance V à un prix P. Lors d'une opération promotionnelle, on lui propose deux options :

Quelle est l'opération la plus avantageuse pour le client ?

Soit p le prix et v le volume de référence avant les opérations promotionnelles.

Opération 1 :

Une diminution de 20% correspond à un coefficient multiplicateur de 0,8 , donc $p_1 = 0{,}8\,p$ et $v_1 = V$ d'où ce qui correspond à un prix au litre de : $\frac{p_1}{V} = 0{,}8\,\frac{p}{V}$

Opération 2 :

Une augmentation de 25% correspond à un coefficient multiplicateur de 1,25 , donc et $V_2 = 1{,}25$ V $p_2 = p$ d'où ce qui correspond à un prix au litre de : $\frac{p_2}{v_2} = \frac{p}{1{,}25\,V} = 0{,}8\,\frac{p}{V}$

Donc dans les deux opérations, le prix d'un litre de shampoing est identique. Il n'y a pas une opération plus avantageuse que l'autre.