Mathématiques 1ère EDS	Devoir en Temps Libre n°15	A faire semaine du 26/03/2024

Exercice 1 :

1ère partie

On considère la fonction f définie et dérivable sur [5 ; 60] par $f(x) = \frac{x^2-15x+400}{x}$

1) Démontrer que $f'(x) = \frac{x^2-400}{x^2}$
2) Etudier le signe de f' sur [5 ; 60]
3) En déduire le tableau de variation de la fonction f sur [5 ; 60].

2ième partie :

Une entreprise fabrique un engrais biologique. Chaque jour, le volume d'engrais fabriqué est compris entre $5\ m^3$ et $60\ m^3$.

Le coût moyen quotidien de production de cet engrais, exprimé en centaine d'euros, est modélisé par la fonction f, de la première partie, définie sur l'intervalle [5 ; 60] par : $f(x) = \frac{x^2-15x+400}{x}$

où x est le volume quotidien d'engrais fabriqué, exprimé en m^3.

1) Déterminer le coût moyen quotidien pour la production de $5\ m^3$ d'engrais.
2) Pour quel volume d'engrais fabriqué le coût moyen de production est-il minimal ? Déterminer ce coût moyen minimal.

Exercice 2 :

1) Calculer les trois premiers termes de la suite (V_n) sachant que :
   pour $n \in \mathbb{N}\ :\ V_n = \frac{n}{3+n}$ puis étudier le sens de variation de cette suite en étudiant la fonction associée.

2) Calculer les quatre premiers termes de la suite (U_n) sachant que :
   pour $n \in \mathbb{N}$: $\begin{cases} U_{n+1} = -3n^2 + U_n \\ U_0 = -1 \end{cases}$ puis étudier le sens de variation de cette suite en étudiant la différence $U_{n+1} - U_n$

3) Calculer les quatre premiers termes de la suite (W_n) sachant que :

   pour $n \in \mathbb{N}$ $W_n = (-1)^n(n-2)$ et en déduire son sens de variation.

Exercice 3 :On considère la suite (U_n) définie pour tout entier naturel n par $U_n = \frac{n+2}{n+1}$

1) Calculer $U_0, U_1, U_2\ puis\ U_{99}$
2) a) Exprimer, pour tout entier naturel n, $U_n - 1$ en fonction de n.

a) Montrer que, pour tout entier naturel n, on a :

$$U_{n+1} - U_n = \frac{-1}{(n+1)(n+2)}$$

En déduire le sens de variation de la suite (U_n)

3) Soit a un nombre réel dans l'intervalle $]1; 2]$.

Compléter **sur ce sujet** le programme Python suivant pour qu'il permette de déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n \leq a$, où a est un nombre de l'intervalle $]1; 2]$.

```
Def seuil(a) :
     n = 0
     while (n+2) / (n+1) ... a :
     n = ...
return ...
```

Exercice 4

Soit la suite (V_n) définie pour tout entier $n \geq 1$ par $V_n = 1 + (-1)^n \frac{5}{2^{n-1}}$

On donne : Pour tout $n \geq 1$ $V_1 \neq 1$

Vérifier que le rapport $\frac{V_{n+1}-1}{V_n-1}$ est indépendant de l'entier n.