MATHS 2nd	Devoir en Temps Libre n°20	Correction

Exercice 1 : **QCM, dans chaque cas donner la (ou les) réponse(s) exacte(s) sans justifier**

Question	a	b	c
On sait que $68 \times 37 + 40 = 2556$ Dans la division euclidienne de 2556 par…	**68 le quotient est 37**	**37 le quotient est 68**	37 le quotient est 69
456 est …	**un multiple de 3**	**divisible par 6**	**un diviseur de 912**
Deux nombres premiers sont…	1 et 7	**7 et 13**	**13 et 31**
La décomposition en produit de facteurs premiers de 1 500 est …	15×100	$3 \times 4 \times 125$	$\mathbf{2^2 \times 3 \times 5^3}$
La fraction irréductible égale à $\frac{84}{140}$ est …	$\frac{42}{70}$	$\frac{4}{7}$	$\mathbf{\frac{3}{5}}$

Exercice 2:

1) Ecrire la liste des diviseurs positifs du nombre 48.

$48 = 1 \times 48$
$48 = 2 \times 24$
$48 = 3 \times 16$
$48 = 4 \times 12$
$48 = 6 \times 8$

Les diviseurs de 18 sont : 1 ; 2 ; 3 ;4 ; 6 ;8 ; 12 ;16 ;24 ;48.

2) Romain affirme « Le nombre 18 a plus de diviseurs que le nombre 12 ». Qu’en pensez-vous ?

$18 = 1 \times 18$
$18 = 2 \times 9$
$18 = 3 \times 6$

Les diviseurs de 18 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ;18.

$12 = 1 \times 12$
$12 = 2 \times 6$
$12 = 3 \times 4$

Les diviseurs de 12 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12.

12 et 48 ont le même nombre de diviseurs, donc Romain a tord.

3) Décomposer 539 en produit de facteurs premiers

539	7
77	7
11	11
1	

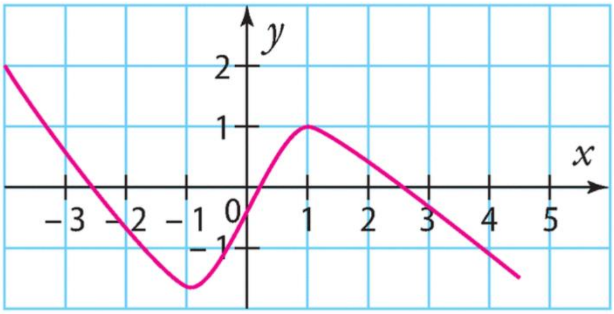
539 = 7×7×11 = $7^2 \times 11$

4) Dans chaque cas, décomposez le nombre en produit de facteurs premiers

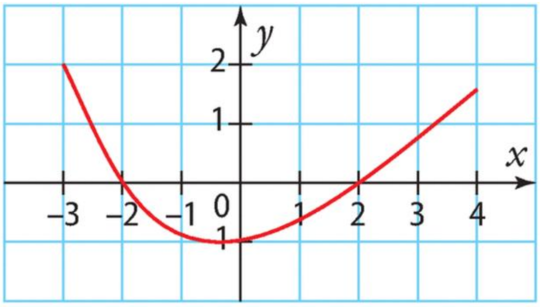
a) $A = 27 \times 24 = 3 \times 9 \times 3 \times 8 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 4 \times 2 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^3 \times 3^4$

b) $B = 28^2 = (3 \times 7)^2 = 3^2 \times 7^2$

Exercice 3 : Compléter les tableaux de variations proposés à partir des représentations graphiques



x	-4		$-0,8$		1		$4,5$
f	2	↘	$-1,5$	↗	1	↘	$-1,5$



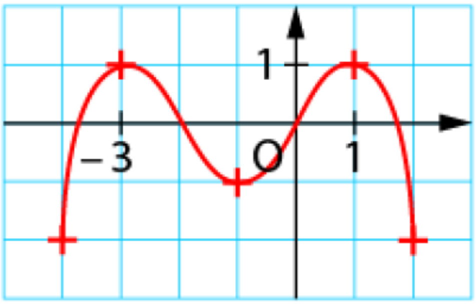
x	-3		$-0,5$		4
f		↘	-1	↗	

Exercice 4:

La courbe ci-contre est la courbe représentative de la fonction f définie sur $[-4; 2]$

1) Compléter le tableau de variations de la fonction f.

x	-4		-3		-1		1		2
$f(x)$	-2	↗	1	↘	-1	↗	1	↘	-2



2) Sur $[-4; 2]$, quel est le minimum de ? En quelle valeur est-il atteint ?

f admet pour minimum -2, atteint en $x = -4$ sur l'intervalle $[-4\ ;\ 2]$.

3) Sur $[-4; 2]$, quel est le maximum de f ? En quelle valeur est-il atteint ?

f admet pour maximum -1, atteint en $x = -3$ et $x = 1$ en sur l'intervalle $[-4\ ;\ 2]$.

Exercice 5 : Voici le tableau de variations d'une fonction f.
Comparer si possible les nombres suivants, en justifiant.

x	-6		-1		2		4
f	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	4

a) $f(-2)\ et\ f(-1)$ b) $f(0)\ et\ f(2)$ c) $f(3)\ et\ f(3{,}5)$

2 et -1 appartiennent à l'intervalle $[-6\ ;\ -1]$ et f est croissante sur cet intervalle.

$-2 < -1$ donc $f(-2) < f(-1)$

0 et 2 appartiennent à l'intervalle $[-1\ ;\ 2]$ et f est décroissante sur cet intervalle.

$0 < 2$ donc $f(0) > f(2)$

3 et 3,5 appartiennent à l'intervalle $[2\ ;\ 4]$ et f est croissante sur cet intervalle.

$3 < 3{,}5$ donc $f(3) < f(3{,}5)$

Exercice 6:

1) Choisir trois nombres entiers consécutifs. La somme de ces trois nombres est-elle divisible par 3 ?

On choisit les nombres consécutifs 3 ; 4 et 5 , effectuons leur somme : 3 + 4 + 5 = 12
La somme 12 est bien divisible par 3

2) Recommencer avec 3 autres nouveaux nombres entiers consécutifs.

On choisit les nombres consécutifs 6 ; 7 et 8, effectuons leur somme : 6 + 7 + 8 = 21
La somme 21 est elle aussi divisible par 3

3) Est-ce toujours vrai ? Noter *n* le plus petit des trois nombres et démontrer le résultat.

On considère n un nombre entier, les deux nombres consécutifs à ce nombre s'écrivent $n+1$ et $n+2$.
En effectuant la somme de ces trois nombres, on obtient :
$n + n+1 + n+2 = 3n + 3\times 1 = 3\times(n+1) = 3K$ avec K = $n + 1$
Or , K est un nombre entier donc cette somme est bien un multiple de 3.

4) Démontrer que la somme de quatre entiers consécutifs est toujours un multiple de 2.

On considère n un nombre entier, les trois nombres consécutifs à ce nombre s'écrivent $n+1$; $n+2$; $n+3$.
En effectuant la somme de ces trois nombres, on obtient :
$n + n+1 + n+2 + n+3 = 4n + 6 = 2 \times 2n + 2\times 3 = 2\times(2n+3) = 2K'$ avec K' = $2n+3$
Or , K' est un nombre entier donc cette somme est bien un multiple de 2.

Exercice 7:

n désigne un nombre de l'ensemble $\mathbb{Z}$.
On considère le nombre B tel que $B = n(2n - 3)$
Quelle est la parité du nombre B lorsque :
a) n est pair ? b) n est impair
Conseil : étudier l'exercice résolu n°2 p70 du manuel

a) 1^er^ cas :
n est pair signifie qu'il existe un nombre k de $\mathbb{Z}$ tel que $n = 2k$.

Alors $B = n(2n - 3) = 2k \times (2 \times 2k - 3) = 2k \times (4k - 3) = 2K$
Ainsi $B = 2\,K$ avec $K = k(4k - 3)$

Or, K$\in \mathbb{Z}$, donc B est un nombre pair.

2^ème^ cas :

n est impair signifie qu'il existe un nombre k de $\mathbb{Z}$ tel que $n = 2k + 1$.

Alors $B = (2k + 1)(2 \times (2k + 1) - 3) = (2k + 1)(4k - 1) = 8k^2 - 2k + 4k - 1 = 8k^2 + 2k - 1$
$= 2 \times (4k^2 + k) - 1$
Ainsi $B = 2\,K - 1$ avec $K = (4k^2 + k)$

Or, K $\in \mathbb{Z}$, donc B est un nombre impair

Exercice 8: Prise initiatives

1) ***Code Secret***
Trouvez les trois chiffres du code :
1 2 3 aucun chiffre correct
4 5 6 un seul chiffre correct bien placé
6 1 2 un seul chiffre correct mais mal placé
5 4 7 un seul chiffre correct mais mal placé
8 4 3 un seul chiffre correct bien placé

Le code secret est 876

2) Placer un nombre dans chaque case vide de sorte qu'il soit la moyenne des deux nombres qui l'entourent.

11	18	25	32

3) Fatima a eu 11 notes au cours du trimestre. Sa moyenne est actuellement de 13,7 sur 20.
Quelle note doit-elle obtenir au minimum à son prochain devoir pour que sa moyenne devienne supérieure ou égale à 14 ?

Soit x la valeur de sa dernière note.
11 × 13,7 = 150,7
$\frac{150,7+x}{12} = 14$ équivaut à $150,7 + x = 12 \times 14$
$\Leftrightarrow \quad 150,7 + x = 168$
$\Leftrightarrow \quad x = 17,3$

Il lui faudra obtenir une note de 17,3.

4) Une citerne d'eau est remplie au début du mois. On prélève chaque jour 1/10 de sa contenance pour l'arrosage. **Au bout de combien de jours la citerne est-elle à moitié vide ?**

	A	B
1	jours	contenance
2	jour initial	1
3	1	0,9
4	2	0,81
5	3	0,729
6	4	0,6561
7	5	0,59049
8	6	0,531441
9	7	0,4782969

A l'aide d'un tableur, on peut trouver la solution en écrivant dans la cellule B3 la formule $= \boldsymbol{B2 - B2 * 0,1}$

On considère que le prélèvement se fait dès le premier jour.

Jour initial : Contenance =1

Jour 1 : $1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$

Jour 2 : $\frac{9}{10} - \frac{1}{10} \times \frac{9}{10} = \frac{81}{100}$

Jour 3 : $\frac{81}{100} - \frac{1}{10} \times \frac{81}{100} = \frac{729}{1000}$

Jour 4 : $\frac{729}{1000} - \frac{1}{10} \times \frac{729}{1000} = \frac{6561}{10000}$

Jour 5 : $\frac{6561}{10000} - \frac{1}{10} \times \frac{6561}{10000} = 0{,}59049$

Jour 6 : $0{,}59049 - \frac{1}{10} \times 0{,}59049 = 0{,}531441$

Jour 7 : $0{,}531441 - \frac{1}{10} \times 0{,}531441 = 0{,}4782969$

La citerne d'eau sera à moitié vide après le prélèvement du 7$^{\text{ème}}$ jour .

5) Les légionnaires romains, sur le champ de bataille, se disposaient en carré pour une plus grande efficacité. La compagnie de Brutus est telle que si elle avait comporté 63 hommes de plus, le carré ainsi formé aurait eu trois rangées de plus.
De combien d'hommes la compagnie de Brutus est-elle constituée ?

Soit n le nombre de soldats par rangées constituant un carré dans la compagnie de Brutus.

$n^2 + 63 = (n + 3)^2 \Leftrightarrow n^2 + 63 = n^2 + 6n + 9$
$\Leftrightarrow 63 = 6n + 9$
$\Leftrightarrow 6n = 54$
$\Leftrightarrow n = 9$
$9^2 = 81$ Il y avait donc 81 hommes dans la compagnie de Brutus.