❖ Connaître la fonction affine

16 ,17 et 19 p194

16 f est la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x - 3$$

Calculer mentalement :

a) $f(2)$;

b) l'unique antécédent de -3 par f ;

c) l'image de $-\frac{1}{2}$ par f.

17 Parmi ces programmes, lesquels correspondent à des fonctions affines ?

Programme 1
- Choisir un nombre.
- Multiplier par 7.
- Soustraire 2.

Programme 2
- Choisir un nombre.
- Diviser par 2.
- Ajouter 7.

Programme 3
- Choisir un nombre.
- Ajouter 7.

Programme 4
- Choisir un nombre.
- Élever au carré.
- Ajouter 2.

19 g est la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(t) = -0{,}5t$$

a) Calculer l'image de -4 par la fonction g.

b) Déterminer l'antécédent de 3 par la fonction g.

c) Dans un repère, d est la représentation graphique de la fonction g.

Tracer la droite d à l'aide de son coefficient directeur et de son ordonnée à l'origine.

83 p201

83 Retrouver le coefficient directeur

f est la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 3x + 5$$

a) Calculer $f(2) - f(1)$.

b) Calculer $f(5{,}5) - f(4{,}5)$.

c) Démontrer que pour tout nombre réel x :

$$f(x+1) - f(x) = 3$$

16 **a)** $f(2) = 2 \times 2 - 3 = 4 - 3 = 1$

b) $f(x) = 3$ équivaut à $2x - 3 = -3$, c'est-à-dire $2x = 0$ soit $x = 0$.

Ainsi, l'unique antécédent de -3 par la fonction f est 0.

c) L'image de $-\dfrac{1}{2}$ par la fonction f est :

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 3 = -1 - 3 = -4.$$

17 Voici les expressions des fonctions associées à chaque programme.

Programme 1 : $f(x) = 7x - 2$.

Programme 2 : $g(x) = \dfrac{1}{2}x + 7$.

Programme 3 : $h(x) = x + 7$.

Programme 4 : $k(x) = x^2 + 2$.

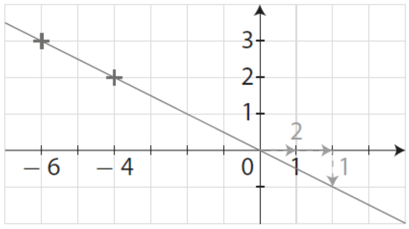
Ainsi, les programmes 1, 2 et 3 correspondent à des fonctions affines.

19 **a)** $g(-4) = -0,5 \times (-4) = 2$ donc l'image de -4 par la fonction g est -2.

b) $g(t) = 3$ équivaut à $-0,5t = 3$, c'est-à-dire $t = -6$.

L'antécédent de 3 par la fonction g est donc -6.

c) Le coefficient directeur est $-0,5$ et l'ordonnée à l'origine est 0.



83 **a)** $f(2) = 11$ et $f(1) = 8$ donc $f(2) - f(1) = 3$.

b) $f(5,5) = 21,5$ et $f(4,5) = 18,5$

donc $f(5,5) - f(4,5) = 3$.

c) $f(x+1) = 3(x+1) + 5 = 3x + 8$

donc $f(x+1) - f(x) = 3x + 8 - (3x + 5) = 3$.

❖ **Connaître la fonction carré**

26 Calculer l'image de chaque nombre par la fonction carré.

a) $\frac{3}{4}$ **b)** $-\frac{9}{5}$ **c)** $\frac{15}{7}$ **d)** $-\frac{1}{4}$

27 Déterminer algébriquement les antécédents de chaque nombre par la fonction carré.

a) 4 **b)** 36 **c)** 1 **d)** 81

28 Déterminer algébriquement les antécédents de chaque nombre par la fonction carré.

a) $\frac{9}{4}$ **b)** $\frac{1}{16}$ **c)** $\frac{100}{49}$ **d)** $\frac{36}{25}$

29 Dans un repère orthonormé, tracer la parabole représentant la fonction carré sur l'intervalle indiqué.

a) $[-1\,;3]$ (*unité* : 1 cm)

b) $[-1\,;1]$ (*unité* : 10 cm)

32 **1.** Dans un repère orthogonal, tracer la parabole représentant la fonction carré.

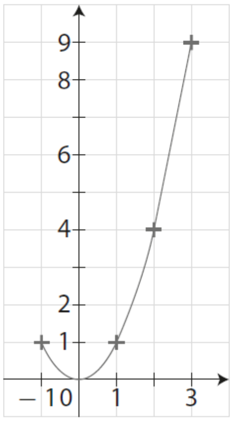
2. En s'aidant éventuellement du graphique, dire combien chaque nombre a d'antécédents par la fonction carré.

a) 10 **b)** -3 **c)** 0 **d)** 150

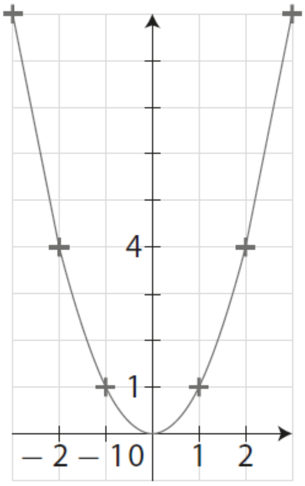
26 **a)** $\frac{9}{16}$ **b)** $\frac{81}{25}$ **c)** $\frac{225}{49}$ **d)** $\frac{1}{16}$

27 **a)** $x = 2$ et $x = -2$ **b)** $x = 6$ et $x = -6$
c) $x = 1$ et $x = -1$ **d)** $x = 9$ et $x = -9$

29 **a)**



32 **1.**



2. a) 10 a deux antécédents par la fonction carré.
b) -3 n'a pas d'antécédent par la fonction carré.
c) 0 a un unique antécédent par la fonction carré.
d) 150 a deux antécédents par la fonction carré.

❖ **Résoudre graphiquement une équation et une équation**

1 Résoudre une équation du type $x^2 = k$ (avec $k \in \mathbb{R}$)

→ Cours 3

Résoudre l'équation $x^2 = 5$:

a) graphiquement ;

b) algébriquement.

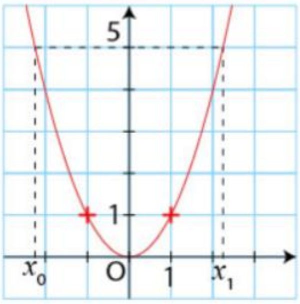
Solution

a) On trace la parabole représentative de la fonction carré dans un repère.
On lit les abscisses des points d'ordonnée 5 de la parabole :

$$x_0 \approx -2{,}2 \text{ et } x_1 \approx 2{,}2$$

b) $x^2 = 5$ équivaut à :

$$x = \sqrt{5} \text{ ou } x = -\sqrt{5}$$



Graphiquement, on lit en général des valeurs approchées des solutions. Algébriquement, on trouve leurs valeurs exactes, mais on ne peut résoudre algébriquement toutes les équations.

4 Résoudre chaque équation graphiquement puis algébriquement.

a) $x^2 = 0$ **b)** $x^2 = 2$

33 **1.** Dans un repère orthogonal, tracer la parabole représentant la fonction carré.

2. Dans chaque cas, résoudre graphiquement l'inéquation.

a) $x^2 < 3$ **b)** $x^2 > 5$ **c)** $x^2 \leqslant 2$

d) $x^2 \geqslant 6{,}5$ **e)** $x^2 > 0$ **f)** $x^2 \leqslant -1$

4 **a)** Graphiquement : $x = 0$.

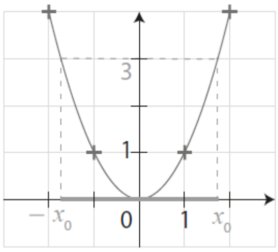
Algébriquement : $x^2 = 0$ équivaut à $x = 0$.

b) Graphiquement : $x_0 \approx -1{,}4$ et $x_1 \approx 1{,}4$.

Algébriquement : $x^2 = 2$ équivaut à $x = \sqrt{2}$ ou $x = -\sqrt{2}$.

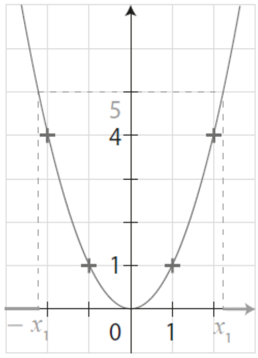
33 **1.** Voir l'exercice **32**.

2. a)



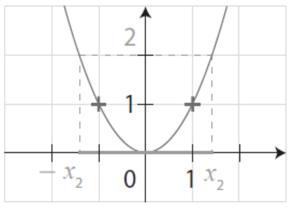
$\mathcal{S} =]-x_0\,; x_0[$ avec $x_0 \approx 1{,}7$.

b)



$\mathcal{S} =]-\infty\,; -x_1[\,\cup\,]x_1\,; +\infty[$ avec $x_1 \approx 2{,}2$.

c)



$\mathcal{S} = [-x_2\,; x_2]$ avec $x_2 \approx 1{,}4$.

❖ **Connaitre la fonction inverse**

39 Déterminer l'image de chaque nombre par la fonction inverse.

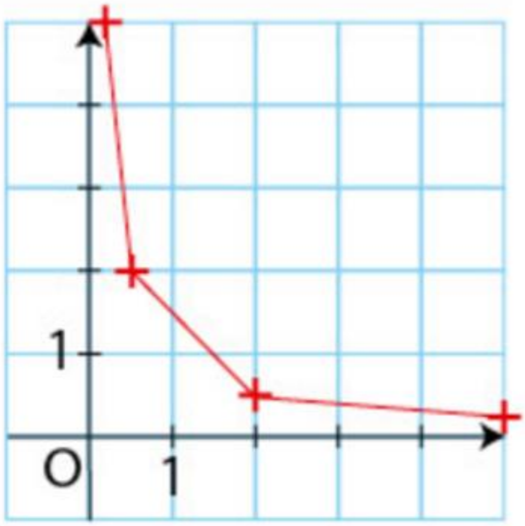
a) $\frac{3}{4}$ **b)** $-\frac{5}{8}$ **c)** -10^{6} **d)** -10^{-4}

40 Déterminer l'antécédent de chaque nombre par la fonction inverse.

Donner la réponse sous forme fractionnaire.

a) $\frac{7}{3}$ **b)** $-\frac{2}{9}$ **c)** $-1{,}5$ **d)** $2{,}5$

43 Pour tracer l'hyperbole représentant la fonction inverse sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$, Mathilde a placé les points de coordonnées $(0{,}2\,;5)$, $(0{,}5\,;2)$, $(2\,;0{,}5)$ et $(5\,;0{,}2)$. Elle les a ensuite reliés pour obtenir le tracé ci-dessous.



a) Les points placés sont-ils corrects ?

b) Critiquer le tracé de Mathilde.

45 **1.** Dans un repère orthonormé, tracer l'hyperbole représentant la fonction inverse.

2. À l'aide du graphique, indiquer le nombre de solutions de chacune des équations.

a) $\frac{1}{x} = 2$ **b)** $\frac{1}{x} = -3$ **c)** $\frac{1}{x} = 0$ **d)** $\frac{1}{x} = \frac{3}{4}$

3. Résoudre algébriquement chacune des équations précédentes.

47 **1.** Dans un repère orthonormé, tracer l'hyperbole représentant la fonction inverse.

2. Dans chaque cas, résoudre graphiquement l'inéquation.

a) $\frac{1}{x} \geqslant 1$ **b)** $\frac{1}{x} \leqslant -2$ **c)** $\frac{1}{x} \leqslant 3$

89 Un rectangle a une aire égale à 60 m^2. On note x la largeur et y la longueur, en m, de ce rectangle.

1. Exprimer la longueur y en fonction de x.

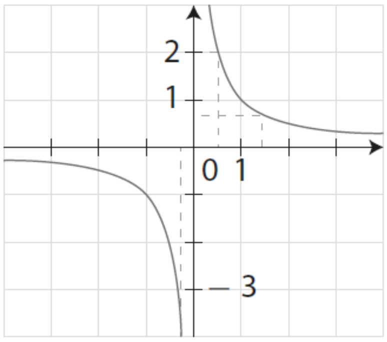
2. Déterminer la largeur x lorsque $y = 24$.

3. On souhaite que la longueur de ce rectangle soit telle que $y \geqslant 10$.

a) Montrer que sa largeur doit être telle que $\dfrac{1}{x} \geqslant \dfrac{1}{6}$.

b) Déterminer graphiquement les valeurs possibles de x.

45 **1.**



2. a) Une solution.

b) Une solution.

c) Pas de solution.

d) Une solution.

3. a) Pour $x \neq 0$, $\dfrac{1}{x} = 2$ équivaut à $x = \dfrac{1}{2}$.

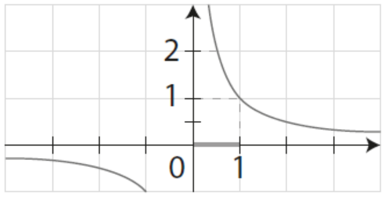
b) Pour $x \neq 0$, $\dfrac{1}{x} = -3$ équivaut à $x = -\dfrac{1}{3}$.

c) $\dfrac{1}{x} = 0$ est impossible.

d) $\dfrac{1}{x} = \dfrac{3}{4}$ équivaut à $x = \dfrac{4}{3}$.

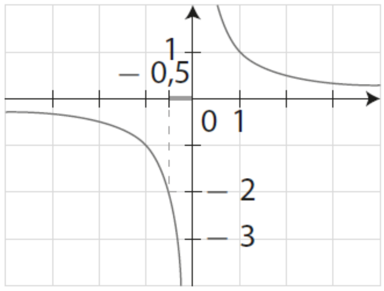
47 **1.** Tracé de la courbe : voir exercice **45**

2. a)



$\mathcal{S} =]0\,;1]$

b)



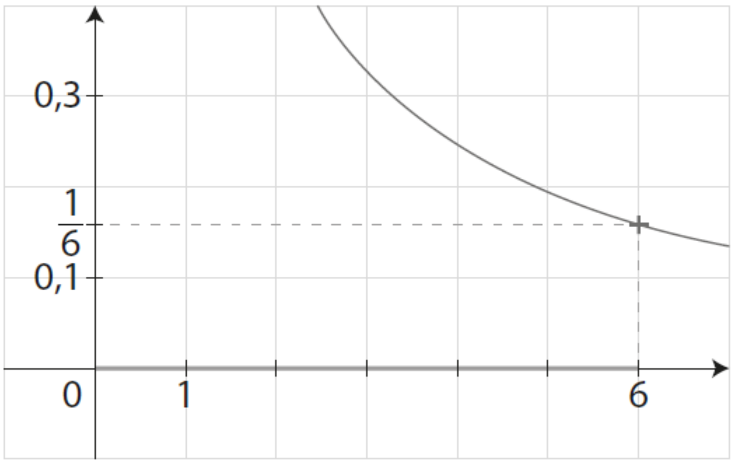
$\mathcal{S} = [-0{,}5\,;0[$

89 **1.** $y = \dfrac{60}{x}$

2. On doit résoudre l'équation $24 = \dfrac{60}{x}$ qui équivaut à $x = \dfrac{60}{24}$ soit $x = 2{,}5$.

3. a) La largeur x doit vérifier $\dfrac{60}{x} \geqslant 10$ qui équivaut $\dfrac{1}{x} \geqslant \dfrac{10}{60}$ c'est-à-dire $\dfrac{1}{x} \geqslant \dfrac{1}{6}$.

b) Graphiquement, on obtient $0 < x < 6$.



❖ **Connaitre la fonction racine carré**

58 Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse.

a) L'image de 4 par la fonction racine carrée est 2.

b) 5 est l'antécédent de 25 par la fonction racine carrée.

62 Calculer l'image de chaque nombre par la fonction racine carrée. *Donner la réponse sous forme fractionnaire.*

a) $\frac{16}{9}$ **b)** $\frac{1}{4}$ **c)** $\frac{81}{36}$ **d)** $\frac{100}{121}$

67 Résoudre graphiquement puis algébriquement chaque équation.

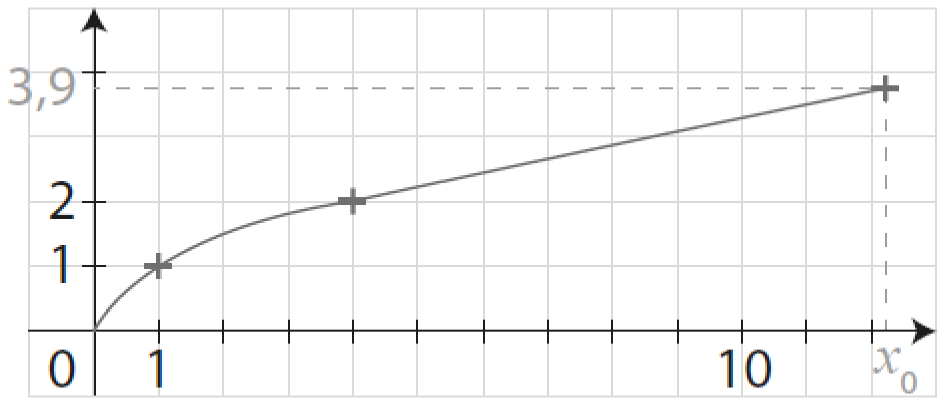
a) $\sqrt{x} = 3{,}5$ **b)** $\sqrt{x} = 2$ **c)** $\sqrt{x} = 0{,}5$

58 **a) Vrai.** En effet, $\sqrt{4} = 2$.

b) Faux. En effet, $\sqrt{25} = 5$ donc c'est 25 qui est l'antécédent de 5 par la fonction carré.

62 **a)** $\frac{4}{3}$ **b)** $\frac{1}{2}$ **c)** $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ **d)** $\frac{10}{11}$

67 **a)**



Graphiquement, on lit que $x \approx 12{,}2$.

Algébriquement, $\sqrt{x} = 3{,}5$ et $x \geqslant 0$ équivaut à $x = 3{,}5^2 = 12{,}25$.

❖ **Connaitre la fonction cube**

51 Calculer l'image de chaque nombre par la fonction cube. *Donner la réponse sous forme fractionnaire.*

a) $\frac{2}{5}$ **b)** $-\frac{1}{4}$ **c)** $\frac{10}{3}$ **d)** $-\frac{3}{2}$

57 Une entreprise fabrique des cartons de forme cubique. Pour une longueur d'arête x, en dm, on note $V(x)$ le volume intérieur du carton, en dm^3.

a) Exprimer $V(x)$ en fonction de x. Calculer $V(3{,}1)$.

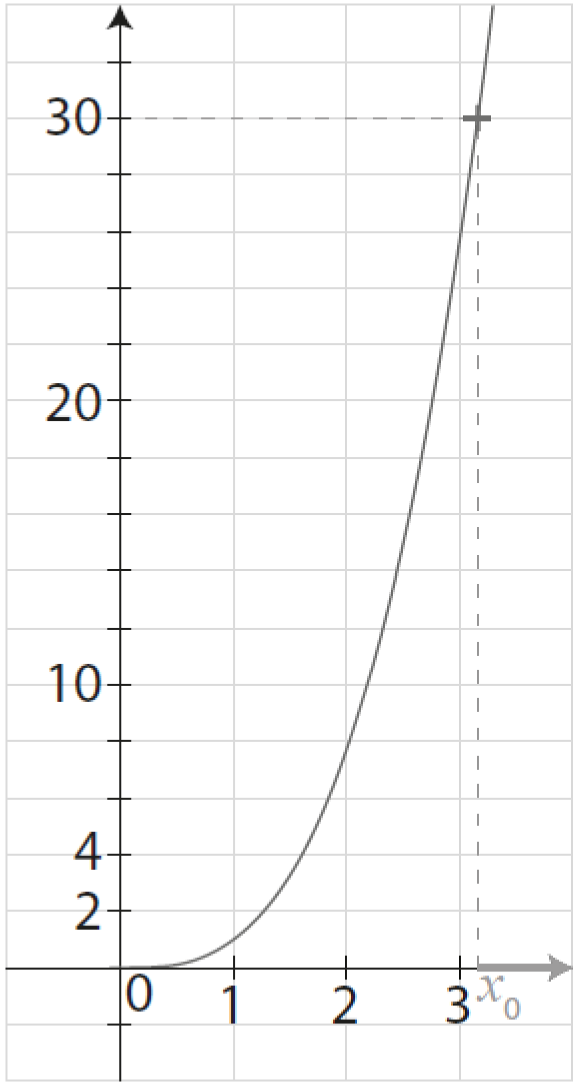
b) Représenter la fonction V dans un repère (*unités* : 2 cm en abscisses et 0,25 cm en ordonnées).

c) Quelle doit être la longueur de l'arête pour obtenir un volume supérieur à 30 dm^3 ? *Arrondir à l'unité.*

51 **a)** $\dfrac{8}{125}$ **b)** $-\dfrac{1}{64}$ **c)** $\dfrac{1000}{27}$ **d)** $-\dfrac{27}{8}$

57 **a)** $V(x) = x^3$ $V(3{,}1) = 3{,}1^3 = 29{,}791$

b)



c) La longueur de l'arête doit être supérieure à x_0 avec $x_0 \approx 3{,}1$.