

**I – Série statistique:**

**a) Définitions :**

La **statistique** est le recueil et l'étude d'un ensemble de **données**, la plupart du temps en grand nombre et permettant de décrire l'état d'une population (personnes, objets, faits ...)

❖ Exemple 1 :

Voici le relevé du nombre de frères et sœurs pour les élèves d'une classe de seconde :

0 ; 3 ; 2 ; 4 ; 2 ; 0 ; 1 ; 1 ; 1 ; 0 ; 0 ; 2 ; 5 ; 1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 1 ; 1 ; 1 ; 0 ; 0 ; 3 ; 1 ; 1 ; 0 ; 0 ; 2 ; 1 ; 2 ; 1 ; 1 ; 0 ; 3 ; 2

Cet ensemble de **données** est appelé une **série statistique**.

**b) Vocabulaire :**

L'ensemble sur lequel on travaille en statistique est appelé la **population**.

Un élément de cet ensemble est appelé un **individu**.

La propriété étudiée sur la population est appelée le **caractère**.

Ce caractère peut prendre différentes **valeurs**.

❖ Dans l'exemple 1 :

- ✓ La **population** étudiée est .....
- ✓ Les **individus** étudiés sont .....
- ✓ Le **caractère** étudié est .....
- ✓ Les **valeurs** prises par le caractère sont: .....

**c) Tableau des effectifs :**

Le nombre d'individus ( $n_i$ ) d'une même valeur est appelé **effectif**.

Le nombre total d'individus (N) de la population est appelé l'**effectif total**.

**Méthode :** Pour construire un tableau d'effectifs, on regroupe les résultats de la série dans un tableau donnant pour chaque valeur, son effectif :

- On place dans la première ligne les valeurs prises par le caractère par ordre croissant.
- On renseigne les effectifs correspondant aux valeurs dans la deuxième ligne.

Il y a 10 élèves qui ont 0 frère ou sœur d'où la première colonne :

Nombre de frères et sœurs $x_i$						
Effectif $n_i$						

*Remarque :* On vérifie l'effectif total N qui est la somme des effectifs de toutes les valeurs prises par le caractère. Sur l'exemple précédent on a bien  $N=10+13+7+3+1+1=35$

❖ **Exercice 1 :** On donne les données suivantes donnant les âges des différents adhérents d'un club sportif :

14 ;14 ;14 ;12 ;13 ;15 ;14 ;12 ;13 ;12 ;13 ;15 ;14 ;12 ;14 ;15 ;13 ;13 ;14 ;12 ;12 ;15 ;12 ;14 ;15 ;12 ;13 ;13.

Compléter le tableau des effectifs :


d) **Effectifs cumulés :**

L'**effectif cumulé croissant** de la valeur  $x_i$ , noté ECC, est la somme des effectifs de toutes les valeurs inférieures ou égales à  $x_i$ .

❖ **Exercice 2 :** Certaines séries statistiques sont regroupées en classe d'intervalles : Un biologiste étudie la taille de 100 pétales d'une fleur, il regroupe les résultats ainsi : Il y a 15 pétales qui mesurent entre 0 et 24 mm :

Taille d'un pétale en mm	[0;24[	[24;26[	[26;28[	[28;30[	[30;37[
Effectifs	15	27	20	18	20
ECC					

## II – Les paramètres d'une série statistique : Indicateurs de tendance centrale

a) **La moyenne pondérée :**

La **moyenne pondérée** de la série statistique ( $x_i$ ) ci-contre est le nombre réel, noté  $m$  (ou  $\bar{x}$ ), tel que :

$$m = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_px_p}{N} \text{ ou } m = f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_px_p$$

Valeur	$x_1$	$x_2$	...	$x_p$
Effectif	$n_1$	$n_2$	...	$n_p$
Fréquence	$f_1$	$f_2$	...	$f_p$

**Effectif total :**  $N = n_1 + n_2 + \dots + n_p$

❖ **Exemple 1 :**

Nombre de frères et sœurs $x_i$	0	1	2	3	4	5
Effectif $n_i$	10	13	7	3	1	1

La **moyenne** de la série est

❖ **Exemple 2 : Calcul de la moyenne à partir des fréquences:**

Dans une ville, la répartition du nombre d'habitant par logement est donnée par le tableau ci-dessous :

Nombre d'habitants $x_i$	0	1	2	3	4	5
fréquence $f_i$ en %	1,7	35,1	34	18	15,5	4,3

La **moyenne** de la série est

❖ **Exemple 3 : Calcul de la moyenne d'une série regroupée en classe d'intervalle :**

Il va falloir chercher le centre de chaque classe, en faisant la moyenne des deux nombres extrémités de chaque intervalle :

Taille d'un pétale en mm	[0;24[	[24;26[	[26;28[	[28;30[	[30;37[
Centre de la classe					
Effectifs	15	27	20	18	20

La **moyenne** de la série est

**Remarque :** La moyenne n'est pas forcément égale à une des valeurs prises par le caractère.

**b) Linéarité de la moyenne :**

**$a$  et  $b$  désignent des nombres réels.**

**Si la série  $(x_i)$  a pour moyenne  $m$ , alors la série  $(ax_i + b)$  a pour moyenne  $M = am + b$ .**

$x_i$	$x_1$	$x_2$	...	$x_p$
$ax_i + b$	$ax_1 + b$	$ax_2 + b$	...	$ax_p + b$
Effectif	$n_1$	$n_2$	...	$n_p$

**Démonstration**

$$M = \frac{n_1(ax_1 + b) + n_2(ax_2 + b) + \dots + n_p(ax_p + b)}{n_1 + n_2 + \dots + n_p} = \frac{a(n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_px_p) + b(n_1 + n_2 + \dots + n_p)}{n_1 + n_2 + \dots + n_p}$$

$$M = a \times \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_px_p}{n_1 + n_2 + \dots + n_p} + b \times \frac{n_1 + n_2 + \dots + n_p}{n_1 + n_2 + \dots + n_p} = am + b$$

**c) La médiane :**

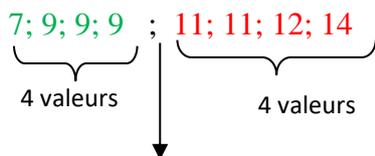
On considère la série statistique dont les valeurs sont ordonnées par ordre **croissant**.

**La médiane** est le nombre **Me** qui partage une série ordonnée en deux groupes de même effectif.

- Si l'effectif est impair,  $N = 2k + 1$  ( $k$  entier), la médiane est la valeur de la donnée au rang  $k + 1$ .
- Si l'effectif est pair,  $N = 2k$  ( $k$  entier), la médiane est un nombre entre la valeur de la donnée au rang  $k$  et la valeur de la donnée au rang  $k + 1$ .

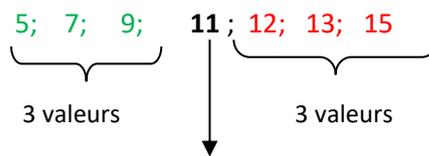
❖ **Exemple 1 :** On distingue deux cas, selon que l'effectif total de la série est pair ou impair.

**Note de Léa (effectif pair) :** 12; 9; 11; 9; 14; 9; 7; 11  
 On ordonne la série: 7; 9; 9; 9 ; 11; 11; 12; 14  
 L'effectif total est  $N = 8$ ;  $8 : 2 = 4$  donc la médiane est la demi-somme des 4<sup>ème</sup> et 5<sup>ème</sup> données



Tous les nombres supérieurs à 9 et inférieurs à 11 partagent la série en deux séries d'effectif égal. On prend en général la moyenne des deux valeurs (ici 9 et 11), soit 10. La médiane des notes de Léa est 10, on dit aussi que c'est la note médiane.

**Note de Tom (effectif impair) :** 12; 9; 13; 11; 5; 7; 15  
 On ordonne la série: 5; 7; 9; 11 ; 12; 13; 15  
 L'effectif total est  $N = 7$ ;  $7 : 2 = 3,5$  donc la médiane est la 4<sup>ème</sup> donnée .



Il y a 3 données inférieures ou égales à la médiane et 3 données supérieures ou égales à la médiane.

❖ **Exemple 2 :** Série sous la forme d'un tableau d'effectif

Lorsque la série est donnée par un tableau, on rajoute une ligne au tableau : la ligne des ECC

<b>Consommation quotidienne de lait ( en L)</b>	<b>0,25</b>	<b>0,50</b>	<b>0,75</b>	<b>1</b>
<b>effectif</b>	<b>5</b>	<b>11</b>	<b>3</b>	<b>6</b>
<b>ECC</b>				

d) Les quartiles :

Le **premier quartile  $Q_1$**  d'une série est la plus petite valeur prise par le caractère telle **qu'au moins 25 % des données** aient une valeur inférieure ou égale.

Le **troisième quartile  $Q_3$**  d'une série est la plus petite valeur prise par le caractère telle **qu'au moins 75 % des données** aient une valeur inférieure ou égale.

L'**écart interquartile** est la différence  $Q_3 - Q_1$ .

❖ Exemple 1 :

**Notes de Léa** : 7, 9, 9, 9, 11, 11, 12, 14

L'effectif total est  $N = 8$ .

$8 : 4 = 2$   $Q_1$  est donc la donnée de rang 2, soit  $Q_1 = 9$

$\frac{3}{4} \times 8 = 6$   $Q_3$  est donc la donnée de rang 6, soit  $Q_3 = 11$

L'écart interquartile est :  $Q_3 - Q_1 = 11 - 9 = 2$

**Notes de Tom** : 5, 7, 9, 11, 12, 13, 15

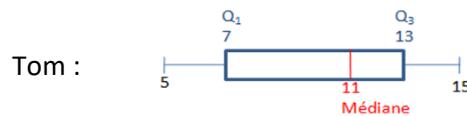
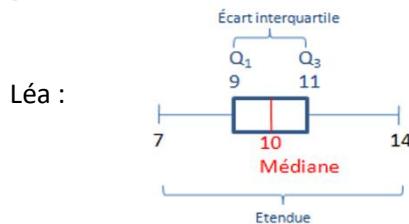
L'effectif total est  $N = 7$ .

$7 : 4 = 1,75$   $Q_1$  est donc la donnée de rang 2, soit  $Q_1 = 7$

$\frac{3}{4} \times 7 = 5,25$   $Q_3$  est donc la donnée de rang 6, soit  $Q_3 = 13$

L'écart interquartile est :  $Q_3 - Q_1 = 13 - 7 = 6$

**Diagrammes en boîte résumant les indicateurs des deux séries :**



❖ Exemple 2 : Détermination des quartiles à l'aide du tableau des fréquences cumulées.

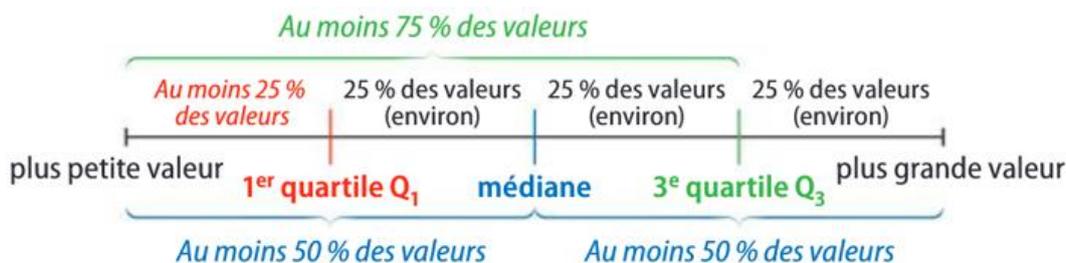
- ✓ On calcule les fréquences cumulées (FCC)
- ✓ On lit la plus petite valeur telle que 25% (respectivement 75%) des données lui soit inférieures. C'est le 1er quartile (respectivement 3ème quartile)

Nombre de frères et sœurs $x_i$	0	1	2	3	4	5
Effectif $n_i$	10	13	7	3	1	1
ECC						
FCC						

L'effectif total de cette série est  $N = 35$ .

On peut directement lire dans ce tableau la fréquence des données inférieures ou égales à une valeur donnée.

## Récapitulatif :



**Remarques :** Les valeurs extrêmes d'une série n'ont pas d'influence sur la médiane d'une série statistique alors qu'elles en ont sur la moyenne. Le mode d'une série est la valeur qui a le plus grand effectif.

### III – Les paramètres d'une série statistique : Indicateurs de dispersion :

#### a) L'étendue :

L'étendue d'une série statistique est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur .

❖ **Exemple :** On a relevé la température à différents moments d'une journée. Voici les températures en degrés Celsius : 5 ; 3 ; 6 ; 12 ; 15 ; 9 ; -7.

$$\text{Etendue} = 15 - (-7) = 22^\circ\text{C}$$

L'étendue de cette série est de 22°C.

#### b) La variance et écart-type :

La variance d'une série statistique est le réel noté  $V$ , défini par :

$$V = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_p(x_p - \bar{x})^2}{N}$$

Valeur	$x_1$	$x_2$	...	$x_p$
Effectif	$n_1$	$n_2$	...	$n_p$

L'écart-type d'une série statistique est le réel noté  $s$  ou  $\sigma$ , défini par  $s = \sqrt{V}$ .

L'écart-type mesure la dispersion des valeurs autour de la moyenne : plus il est grand, plus les valeurs sont dispersées.

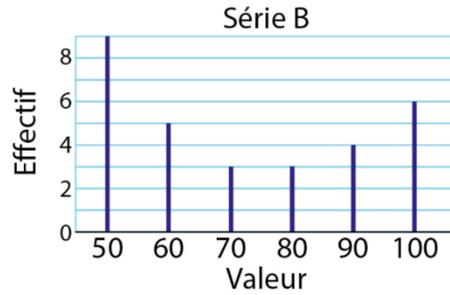
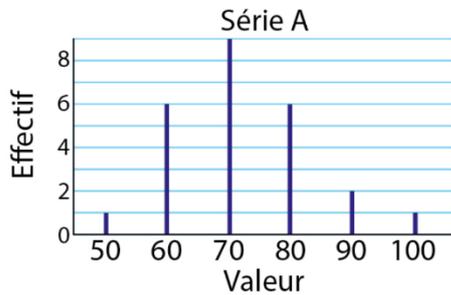
❖ **Exemple :** Soit la série statistique donnée par le tableau ci-dessous.

Valeur $x_i$	1	2	4	5
Effectif $n_i$	2	5	9	4

**c) Décrire les différences entre deux séries :**

Pour étudier une série statistique, on utilise souvent un couple associant un indicateur de tendance centrale à un indicateur de dispersion ; généralement on choisit (médiane ; écart inter quartile) ou (moyenne ; écart-type).

❖ Exemple : On souhaite comparer les séries A et B suivantes



Compléter le tableau suivant et interpréter les résultats :

	Effectif total	Moyenne	Écart-type
Série A	25		
Série B	30		

### III – Etude d’une série statistique avec une calculatrice :

On cherche à calculer les différents paramètres de la série statistique ci-contre.

Valeur	1	3	4	5	6	8
Effectif	1	5	7	8	5	2

Avec une calculatrice Casio	Avec une calculatrice Texas
<b>Saisie des données</b>	
<p>Accès au mode <b>statistique</b> : touche <b>MENU</b> puis sélectionner l’icône  puis <b>EXE</b>.</p> <p>Saisir les valeurs dans une liste, par exemple <b>List 1</b>, et les effectifs dans une autre liste, par exemple <b>List 2</b>.</p> <p>Utiliser la touche <b>EXE</b> pour passer d’une valeur à l’autre et les flèches pour se déplacer dans les listes.</p>	<p>Accès au mode <b>statistique</b> : touche <b>stats</b>.</p> <p>Choisir le menu <b>EDIT</b>, puis sélectionner <b>1: Modifier</b> suivi de <b>entrer</b>.</p> <p>Saisir les valeurs dans une liste, par exemple <b>L1</b>, et les effectifs dans une autre liste, par exemple <b>L2</b>.</p> <p>Pour passer d’une valeur à l’autre ou pour changer de liste, se servir des flèches du curseur.</p>
<b>Calcul de paramètres statistiques – Séries avec effectifs</b>	
<p>Activer le menu <b>CALC</b> (touche <b>F2</b>), puis le menu <b>SET</b> (touche <b>F6</b>).</p> <p>Choisir <b>List1</b> pour <b>1VarX List</b> et <b>List2</b> pour <b>1Var Freq</b> : <b>LIST</b> s’obtient à l’aide de la touche <b>F2</b>, qu’on complète ensuite avec le numéro de la liste. Valider en appuyant deux fois sur la touche <b>EXE</b>.</p> <p>Sélectionner le menu <b>1-Var</b> (touche <b>F1</b>).</p> <p>Les paramètres s’affichent.</p> <p><math>\bar{x}</math> est la moyenne, <math>\Sigma x</math> est la somme des valeurs, <math>\sigma x</math> est l’écart-type et <math>n</math> est l’effectif total.</p> <p>On utilise les flèches du curseur pour avoir d’autres résultats.</p> <p>On peut alors lire la médiane (<b>Med</b>) les valeurs minimum (<b>minX</b>) et maximum (<b>maxX</b>) ainsi que les 1<sup>er</sup> et 3<sup>e</sup> quartiles (<b>Q<sub>1</sub></b> et <b>Q<sub>3</sub></b>).</p>	<p>À l’aide de la touche <b>stats</b>, choisir le menu <b>CALC</b>, puis sélectionner <b>1: Stats 1-Var</b>, suivi de <b>entrer</b> :</p> <p><b>Stats 1-Vars</b> apparaît à l’écran.</p> <p>Compléter <b>L1</b> pour <b>XListe</b> et <b>L2</b> pour <b>ListeFréq</b> (<b>L1</b> et <b>L2</b> s’obtiennent à l’aide des touches <b>2nde 1</b> et <b>2nde 2</b>). Puis sélectionner <b>Calculer</b>, puis <b>entrer</b>.</p> <p>Les paramètres s’affichent.</p> <p><math>\bar{x}</math> est la moyenne, <math>\Sigma x</math> est la somme des valeurs, <math>\sigma x</math> est l’écart-type et <math>n</math> est l’effectif total.</p> <p>On utilise les flèches du curseur pour avoir d’autres résultats.</p> <p>On peut alors lire la médiane (<b>Med</b>) les valeurs minimum (<b>minX</b>) et maximum (<b>maxX</b>) ainsi que les 1<sup>er</sup> et 3<sup>e</sup> quartiles (<b>Q<sub>1</sub></b> et <b>Q<sub>3</sub></b>).</p>
<b>Calcul de paramètres statistiques – Série brute</b>	
<p>Quand la série est une liste dont les effectifs sont tous 1, il suffit de saisir les valeurs dans une liste, par exemple <b>List1</b> et de choisir « 1 » pour <b>1Var Freq</b>.</p>	<p>Quand la série est une liste dont les effectifs sont tous 1, il suffit de saisir les valeurs dans une liste, par exemple <b>L1</b>, et de laisser vide la rubrique <b>ListFreq</b>.</p>
<b>Effacement des données</b>	
<p>Instruction <b>QUIT</b> (touches <b>SHIFT EXIT</b>).</p> <p>Placer le curseur sur une valeur de la liste à effacer, taper <b>F6</b> puis sélectionner <b>DEL-A</b> (touche <b>F4</b>).</p>	<p>Placer le curseur sur le nom de la liste à effacer, puis utiliser la touche <b>annul</b> suivi de <b>entrer</b>.</p>

 Les valeurs des quartiles ne sont pas nécessairement les mêmes que celles obtenues avec la méthode utilisée dans le cours.